

EMPLEO DE UN MODELO DE CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO PARA LA DETERMINACIÓN DE LA EDAD ÓPTIMA DE ROTACIÓN DE *Pinus caribaea* var. *hondurensis* CRECIENDO EN LA REGIÓN ORIENTAL DE COLOMBIA¹

Palabras clave: crecimiento, incremento medio anual, valor actual neto, valor potencial del suelo, planificación forestal.

Key words: growth and yield, mean annual increment, present net value, soil expectation value, forest planning.

Ana M. López A.², Alonso Barrios T.³
Alicia Ortega⁴, Víctor M. Nieto⁵,
Guido Gasca⁶, Mauricio Salamanca⁷

RESUMEN

Este estudio se desarrolló con el fin de generar herramientas que contribuyan a la planificación de las plantaciones forestales en Colombia. El objetivo fue ajustar modelos de proyección del crecimiento y rendimiento en área basal y volumen para determinar la edad óptima de rotación de *Pinus caribaea* que crece en índices de sitio 18 y 22. Los modelos se ajustaron a través del criterio biológico de maximización del incremento medio anual y de los criterios económicos de maximización del valor actual neto y del valor potencial del suelo. La rotación óptima se determinó entre 10 y 13 años de edad, las rotaciones más largas se obtuvieron con el criterio biológico y las más cortas con los económicos.

ABSTRACT

This study was developed in order to generate to contribute to the forest plantations planning

in Colombia. The objective was to adjust volume and basal area growth and yield projection models in order to determine the optimal rotation age of *Pinus caribaea* growing in site indexes 18 and 22. Models were adjusted through the biological criterion of mean annual increment maximization and the economic criteria of both present net value and soil expectation value maximization. The optimal rotation age was between 10 and 13 years. The longest rotations were obtained through the biological criterion and shortest with the economic criteria.

INTRODUCCIÓN

La región oriental de Colombia tiene más de dos millones de hectáreas con aptitud forestal en las que por mucho tiempo se han desarrollado actividades agropecuarias que progresivamente han deteriorado el suelo (Acosta & Muñoz 2005). En esta área se establecen, con

- 1 Investigación desarrollada en el marco del proyecto Red nacional de parcelas de crecimiento y rendimiento en plantaciones forestales realizado por CONIF.
- 2 Ingeniero Forestal, M.Sc. Ingeniero de la Corporación Nacional de Investigación y Fomento Forestal (CONIF). analopez@uach.cl
- 3 Ingeniero Forestal, M.Sc. Ingeniero de la Corporación Nacional de Investigación y Fomento Forestal (CONIF). alonsobarrios@uach.cl
- 4 Ingeniero Forestal, Doctor en Montes. Profesora de Biometría. Universidad Austral de Chile, Valdivia, Chile. aortega@uach.cl
- 5 Ingeniero Forestal, MSBA. Director Ejecutivo de la Corporación Nacional de Investigación y Fomento Forestal (CONIF). victornieto@conif.org.co
- 6 Ingeniero Forestal, Jefe proyecto Villanueva Reforestadora de la Costa (REFOCOSTA). guidog@refocosta.com
- 7 Ingeniero Agrónomo, Ph.D. Jefe Técnico Reforestadora de la Costa (REFOCOSTA). mauricios@refocosta.com

buenos resultados, alrededor de 2000 hectáreas plantadas con capital privado, principalmente con *Pinus caribaea*, lo que ha despertado el interés de los organismos gubernamentales para promover el establecimiento de nuevas plantaciones con el fin de generar alternativas económicas para los pequeños y medianos propietarios de la región. *Pinus caribaea* var. *hondurensis* es una especie originaria de la zona tropical de Centroamérica ampliamente usada en los países del norte de Suramérica, su madera sirve para múltiples usos incluyendo la producción de resinas (Francis 1992, Cortés *et al.* 2005).

El emprendimiento de proyectos forestales debe ser acompañado de investigaciones que garanticen el óptimo desarrollo de los cultivos para proporcionar los máximos beneficios económicos, ecológicos y sociales. Dentro del conjunto de estos estudios el modelamiento del crecimiento y rendimiento del bosque es de gran relevancia, no solo para evaluar el desarrollo de las masas forestales sino también para la toma de decisiones en la planificación forestal. Los modelos de crecimiento se pueden clasificar dependiendo del nivel de detalle,

de la información inicial que requieran y que proporcionan. Pueden considerarse a nivel de rodal, por clases de tamaño y modelos de árbol individual (Vanclay 1994). Los modelos de crecimiento y rendimiento son las funciones de producción que sirven como base para los análisis económicos de la producción forestal (Liu *et al.* 1989).

La determinación de la edad óptima de rotación es el problema más importante que debe afrontar el propietario del bosque para maximizar sus beneficios económicos. Este puede utilizar las mejores técnicas de plantación y mantenimiento, emplear material genéticamente mejorado y aplicar las prácticas de protección más avanzadas y sin embargo, si no toma las mejores decisiones, sus ingresos se verán ostensiblemente afectados (Chang 1984, 1998, Rodrigues *et al.* 2004).

En este contexto, los objetivos del estudio fueron: 1) ajustar un modelo de desarrollo de área basal y volumen a nivel de rodal y 2) determinar la edad óptima de rotación de plantaciones de *Pinus caribaea* creciendo en la región oriental de Colombia.

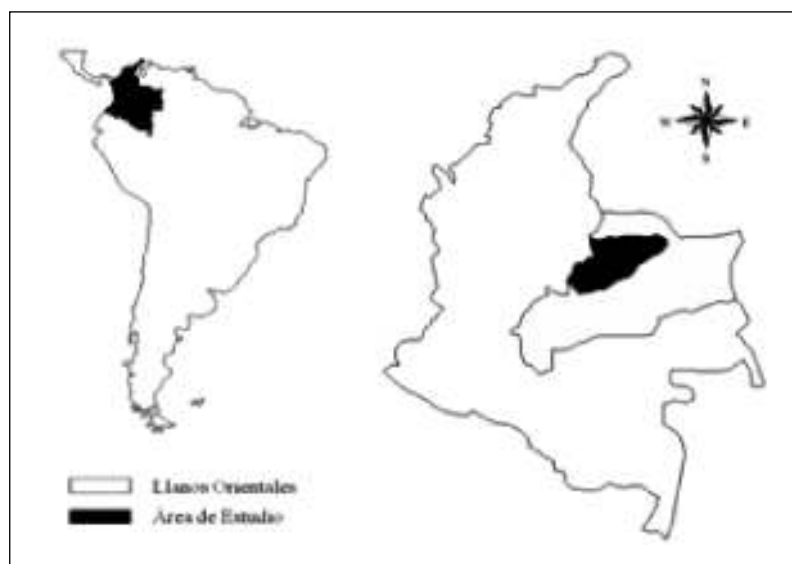


Figura 1. Localización del área de estudio.

MATERIALES Y MÉTODOS

ÁREA DE ESTUDIO

E INFORMACIÓN UTILIZADA

El área de estudio se localiza en la región conocida como los Llanos Orientales de Colombia. La zona presenta una topografía plana con altitudes que no superan 350 msnm, posee suelos altamente evolucionados del tipo Ultisol y Oxisol (Malagón 2003). El estudio se desarrolló utilizando la información de 8 parcelas permanentes de 0.1 ha, sin intervenciones silvícolas (raleos) con tres mediciones consecutivas, abarcando un rango de edad de 2.53 a 12 años, instaladas en las plantaciones comerciales de *P. caribaea* en el año 2001 (CONIF 2001). La Tabla 1 presenta los estadísticos descriptivos de las variables medidas en terreno.

Tabla 1. Estadísticos descriptivos de las variables utilizadas en el estudio.

Estadístico	Altura (m)	DAP (cm)	Edad (años)
Máximo	23,20	33,60	12,00
Mínimo	2,34	2,90	2,53
Media	14,30	18,40	7,00
n	485	2.257	2.257

MODELOS DE PRODUCCIÓN

Los modelos empleados para la proyección del crecimiento en área basal y volumen con corteza por ha fueron los propuestos por Clutter (1963):

- Proyección del área basal (m²/ha):

$$\ln(AB_2) = \left(\frac{E_1}{E_2}\right) \ln(AB_1) + \beta_0 \left(1 - \frac{E_1}{E_2}\right) + \beta_1 S \left(1 - \frac{E_1}{E_2}\right) \quad [1]$$

- Producción presente en volumen (m³/ha):

$$\ln(V) = \beta_0 + \beta_1 S + \beta_2 \left(\frac{1}{E}\right) + \beta_3 \ln(AB) \quad [2]$$

Donde V es el volumen actual (m³/ha), S es el índice de sitio, E la edad actual, E_1 la edad inicial

de proyección, E_2 la edad final de proyección, AB el área basal actual (m²/ha), AB_1 es el área basal inicial de proyección y AB_2 el área basal final de proyección, $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_3$, son los parámetros a estimar. El índice de sitio S fue obtenido utilizando la función [3] ajustada por López (2007) para *P. caribaea* creciendo en la misma región utilizando una edad clave de 12 años.

$$S = 22,99 \left[1 - \left[1 - (H / 22,99)^{0,97} \right]^{((E_c - 1,39)/(E - 1,39))} \right]^{1,026} \quad [3]$$

Donde H es la altura dominante (m), E es la edad actual y E_c es la edad clave.

EVALUACIÓN ESTADÍSTICA DE LOS MODELOS AJUSTADOS

Para evaluar la bondad de ajuste de los modelos se utilizó el error medio cuadrático (EMC) como medida del error en porcentaje, como medida de sesgo la diferencia agregada (DIFA) y el coeficiente de determinación (R^2) como indicador del poder explicativo del modelo.

EDAD ÓPTIMA DE ROTACIÓN

La edad óptima de rotación se evaluó utilizando criterios biológicos y económicos. La rotación biológica considera la maximización del incremento medio anual y la económica utiliza los criterios de maximización del valor actual neto de una rotación y la maximización del valor potencial del suelo. A continuación se presenta la formulación matemática de cada uno de los criterios utilizados.

Maximización del incremento medio anual

(IMA). La evaluación de la edad óptima de rotación se calculó a partir de la maximización del IMA y debe cumplir con la condición de optimización [5], donde las curvas del IMA y del incremento corriente anual (ICA) se cruzan. Matemáticamente este criterio tiene la siguiente forma:

$$\max_t IMA = \frac{Q_t}{t} \quad [4]$$

$$IMA = ICA \quad [5]$$

Donde Q_t es el volumen (m^3/ha) a la edad t .

Maximización del valor actual neto (VAN).

En este criterio se consideran los retornos netos de una única rotación, sin incluir el costo de oportunidad del suelo:

$$\max_t VAN = \sum_{t=0}^T [PQ_t]e^{-rt} - C \quad [6]$$

Donde P es el precio de la madera en pie (US\$/ m^3); C los costos actualizados incluyendo el establecimiento, mantenimiento y administración (US\$/ha), T es la edad de rotación óptima; r la tasa de descuento y e la base de los logaritmos neperianos. Haciendo $V_t = PQ_t$ para representar los ingresos por ventas de madera a la edad t , y derivando, se obtiene la condición de optimización:

$$\frac{\partial VAN}{\partial t} = \frac{V'_t e^{rt} - r e^{rt} [V_t]}{[e^{rt}]^2} = 0$$

$$V'_t e^{rt} = r e^{rt} [V_t] \quad [7]$$

$$V'_t = r[V_t]$$

Donde V'_t es el ingreso del producto marginal de alargar la rotación un año más y $r[V_t]$ representa el costo de oportunidad de hacerlo. Cuando los costos marginales (lado derecho de la ecuación [7]) igualan el ingreso marginal (lado izquierdo de [7]) el rodal debe ser cosechado.

Maximización del valor potencial del suelo (VPS). Este considera la maximización del valor del suelo y del bosque en una serie infinita de rotaciones:

$$\max_t VPS = \frac{V_t - C}{e^{rt} - 1} - C \quad [8]$$

La condición de optimización es obtenida derivando [8] respecto de t .

$$\frac{\partial VPS}{\partial t} = \frac{V'_t [e^{rt} - 1] - r e^{rt} [V_t - C]}{[e^{rt} - 1]^2} = 0$$

$$V'_t = \frac{r e^{rt} [V_t - C]}{[e^{rt} - 1]}$$

Reordenando los términos, tenemos:

$$V'_t = r[V_t] + r \left[\frac{V_t - C}{e^{rt} - 1} - C \right] \quad [9]$$

El segundo término del lado derecho de la ecuación [9] es igual al lado derecho de la ecuación [8], por lo tanto [9] se puede expresar como:

$$V'_t = r[V_t] + r[VPS_t] \quad [10]$$

Donde V'_t es el ingreso del producto marginal de dejar crecer el rodal un año más, $r[V_t + VPS_t]$ es el costo de oportunidad de hacerlo, $r[V_t]$ es el costo del capital, representado por la pérdida de los intereses que se generarían si se cosechara el bosque y se invirtiera los ingresos a una tasa de interés r y $r[VPS_t]$ es la renta del suelo ocasionada por aplazar un año más la cosecha.

Información económica utilizada. Para determinar la rotación económica de *P. caribaea* se utilizó la información de costos presentada en la Tabla 2, considerando la producción de un único producto.

Tabla 2. Información de costos utilizados en el estudio.

Ítems	Año	Valor	Unidades
Establecimiento	0	600	US\$/ha
Mantenimiento 1	1	250	US\$/ha
Mantenimiento 2	2	180	US\$/ha
Mantenimiento 3	3	90	US\$/ha
Administración	Todos	30	US\$/ha/año
Precio madera en pie	-	15	US\$/m ³
Tasa de interés	-	10	%

RESULTADOS

AJUSTE DE LOS MODELOS DE ÁREA BASAL Y VOLUMEN

Los parámetros de los modelos ajustados para la proyección de área basal y de volumen para *P. caribaea* son presentados en la Tabla 3. El

modelo para la proyección de volumen presenta un buen ajuste ($R^2 = 99$), con un error bajo (3,58%) y una baja sobreestimación (0,2 %). El modelo para predecir el área basal presenta un ajuste bueno ($R^2 = 98$), con un error de 7 %, dentro de los límites aceptables y una tendencia a la subestimación (2,8 %).

Tabla 3. Parámetros de los modelos de área basal y volumen para *P. caribaea*.

Modelo	Parámetros				DIFA (%)	EMC (%)	R ² (%)
	β_0	β_1	β_2	β_3			
Volumen	1,6670	0,0713	-5,2188	0,8976	-0,20	3,58	99
Área Basal	3,0094	0,0688	-	-	2,80	7,00	98

Los valores estimados por el modelo ajustado para la predicción de área basal tienden a ser menores que los valores observados hasta que el rodal alcanza aproximadamente 20 m²/ha, este comportamiento es más evidente en el

gráfico de residuos. La ecuación ajustada para estimar el volumen por hectárea presenta un comportamiento homogéneo de los residuos, sin valores atípicos que sesguen el modelo (Figura 2).

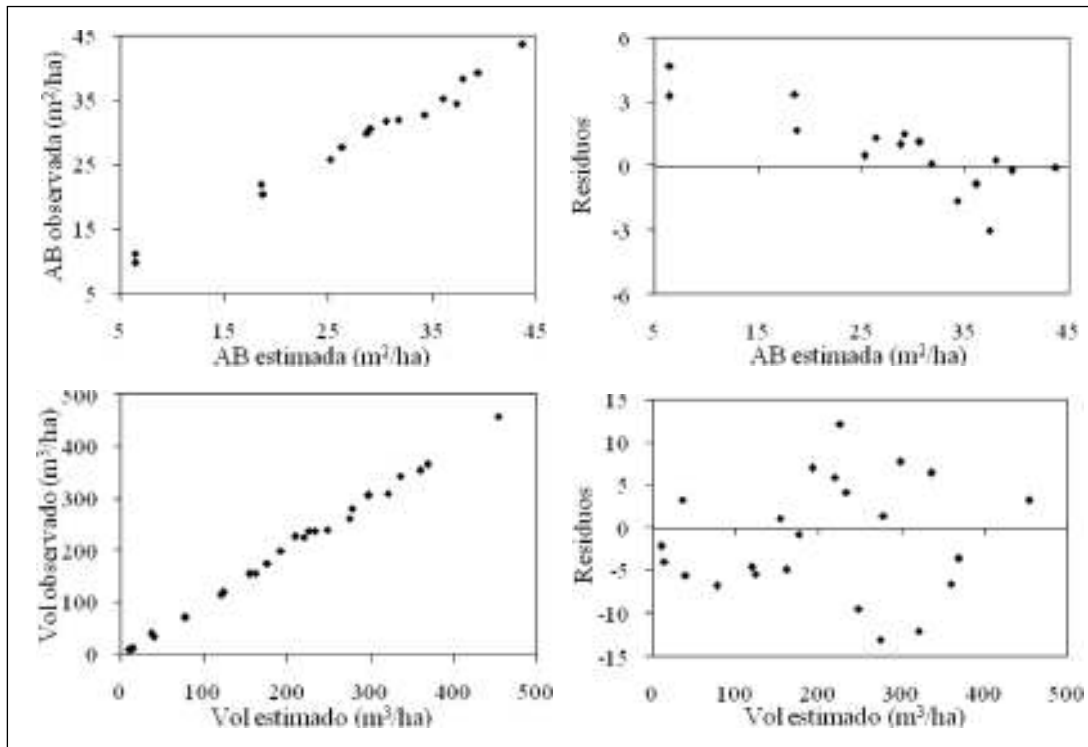


Figura 2. Valores observados y estimados y residuos de los modelos de predicción de área basal y volumen para *P. caribaea*.

La trayectoria del volumen para los índices de sitio 18 y 22 es presentada en la Figura 3, información que sirvió de base para la determinación de la edad de rotación de la especie. Como se observa *P. caribaea* alcanza volúmenes entre 376,47 m³/ha y 607,83 m³/ha en estos índices de sitio a una edad de 14 años, respectivamente.

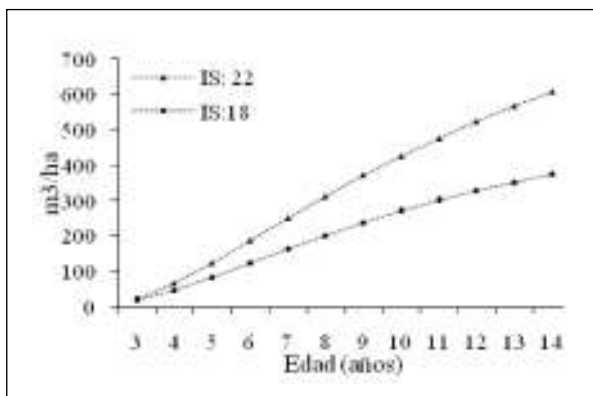


Figura 3. Volumen de *P. caribaea* proyectado para los índices de sitio 18 y 22.

EDAD DE ROTACIÓN BIOLÓGICA

La edad de rotación usando el criterio biológico para *P. caribaea* se alcanza a los 12 y 13 años de edad para los índices de sitio 18 y 22 respectivamente, coincidiendo con el punto de corte de las curvas de IMA e ICA (Figura 4).

EDAD DE ROTACIÓN ECONÓMICA

La edad de rotación óptima utilizando el criterio de maximización del VAN se determinó a los 11 años, con valores máximos de US\$339,32/ha y US\$1.272,45/ha para los índices de sitio 18 y 22 respectivamente, donde el costo de oportunidad del capital ($r[V_t]$) iguala el ingreso marginal (V'_t) producido por el incremento en volumen al dejar crecer el rodal un año más (Tablas 4 y 5).

El análisis marginal presentado en las Tablas 4 y 5, muestra que la edad óptima de rotación

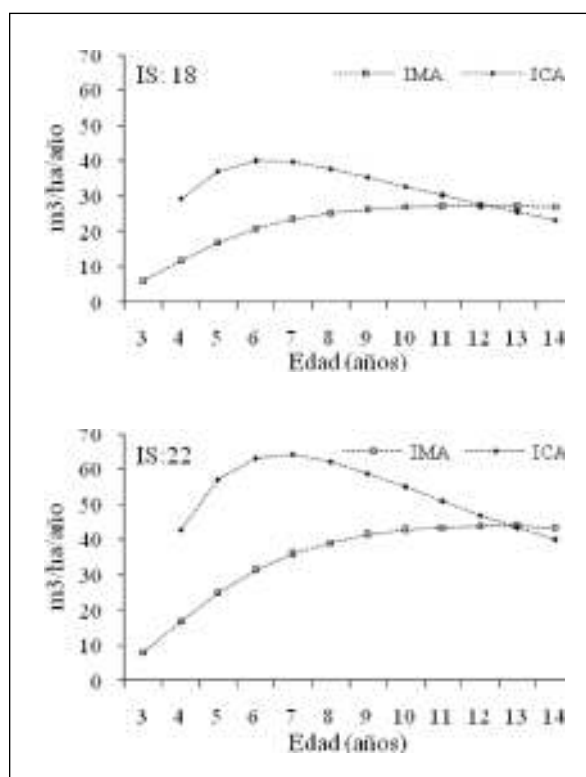


Figura 4. Curvas de incremento medio anual e incremento corriente anual para *P. caribaea*.

de *P. caribaea* usando el criterio de maximización del VPS es 10 años para ambos sitios con valores de US\$542,59/ha para el índice de sitio 18 y US\$2.018,24/ha para el índice de sitio 22, donde las ganancias marginales (V'_t) de dejar crecer el rodal un año más son igualadas por la suma de los costos de oportunidad marginal, representados por el costo del suelo ($r[VPS_t]$) y del bosque ($r[V_t]$).

DISCUSIÓN

Los modelos de área basal y de volumen para *P. caribaea* presentaron una buena bondad de ajuste; sin embargo debido al número de parcelas utilizadas en el estudio, la escasez de datos en las clases de edad superiores y la variabilidad en los registros existentes, la proyección del área basal se limitó a un periodo de dos años.

Luego del análisis del incremento medio anual en volumen se observó que *P. caribaea*

Tabla 4. Determinación de la edad de rotación económica de *P. caribaea* para el índice de sitio 18.

t (años)	Q _t (m ³ /ha)	V _t (US\$/ha)	VAN _t (US\$/ha)	VPS _t (US\$/ha)	V' _t (US\$/ha/año)	r[V _t] (US\$/ha/año)	r[VPS _t] (US\$/ha/año)
7	163,97	2.459,53	72,42	148,76	568,05	245,95	14,88
8	201,84	3.027,58	208,69	391,18	531,07	302,76	39,12
9	237,24	3.558,65	292,79	508,41	491,18	355,86	50,84
10	269,99	4.049,83	333,40	542,59	451,89	404,98	54,26
11	300,11	4.501,72	339,32	522,43	414,87	450,17	52,24
12	327,77	4.916,59	318,51	467,46	380,77	491,66	46,75
13	353,16	5.297,35	277,70	390,95		529,74	39,09

Tabla 5. Determinación de la edad de rotación económica de *P. caribaea* para el índice de sitio 22.

t (años)	Q _t (m ³ /ha)	V _t (US\$/ha)	VAN _t (US\$/ha)	VPS _t (US\$/ha)	V' _t (US\$/ha/año)	r[V _t] (US\$/ha/año)	r[VPS _t] (US\$/ha/año)
7	251,09	3.766,34	743,02	1.526,21	931,60	376,63	152,62
8	313,20	4.697,94	987,92	1.851,81	881,17	469,79	185,18
9	371,94	5.579,11	1.149,67	1.996,29	822,53	557,91	199,63
10	426,78	6.401,64	1.240,12	2.018,24	762,40	640,16	201,82
11	477,60	7.164,04	1.272,45	1.959,10	704,25	716,40	195,91
12	524,55	7.868,29	1.259,02	1.847,78	649,71	786,83	184,78
13	567,87	8.518,01	1.210,61	1.704,28		851,80	170,43

presenta un crecimiento rápido, alcanzando valores máximos de 43,7 m³/ha/año y 27,3 m³/ha/año, produciendo rotaciones biológicas relativamente cortas de 13 y 12 años en índices de sitio 22 y 18, respectivamente. El estudio hizo evidente la relación entre la calidad del sitio y la edad de rotación; para sitios con productividad baja la rotación biológica es más corta que para sitios de mayor productividad. La rotación biológica puede interpretarse como la edad máxima a la que debería cosecharse un rodal, ya que ésta no considera el efecto de los precios, costos y la tasa de descuento en su determinación, y por lo tanto, no describe enteramente las condiciones de mercado en las que está inmerso el sector forestal.

Comparando los criterios económicos de maximización del VAN y VPS para la determinación de la edad óptima de rotación de *P. caribaea* se observa que la diferencia entre los dos métodos es de un año, manteniéndose para los dos sitios empleados en el estudio, lo que demuestra que el contraste en la productividad no afecta la decisión de cosecha. El uso de cualquiera de los dos criterios dependerá de, si el planificador considera o no el costo de oportunidad del suelo.

CONCLUSIONES

El estudio evidencia la importancia de conocer el crecimiento de las especies de interés comercial a utilizar en los proyectos de reforestación,

para mejorar la planificación forestal y facilitar la toma de decisiones que proporcionen los máximos beneficios para los productores.

La decisión de cosecha analizada en el estudio permitió establecer que la rotación de *P. caribaea*, sin manejo silvicultural, está en un rango entre 10 y 13 años; la rotación más larga fue obtenida usando el criterio biológico y las más cortas con los económicos.

Para obtener los máximos beneficios económicos la planificación de los proyectos de reforestación en la zona oriental de Colombia debería considerar el uso de rotaciones de 10 años obtenidas a través del criterio de maximización del VPS, el cual tiene en cuenta los costos de oportunidad del suelo y del capital en su cálculo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Acosta, I. & J. Muñoz, 2005. Fortalecimiento de la Cadena Forestal en el Departamento de Casanare. 18 pg. Bogotá, Colombia.

Chang, S. J. 1984. Determination of the optimal rotation age: a theoretical analysis. *Forest Ecology and Management*. 8: 137-147.

Chang, S. J. 1998. A generalized Faustmann model for the determination of optimal harvest age. *Canadian Journal of Forest Research*. 28: 652-659.

Clutter, J. L. 1963. Compatible growth and yield models for Loblolly Pine. *Forest Science*. 9 (3): 354-371.

CONIF. 2001. Proyecto Red nacional de parcelas de crecimiento y rendimiento en plantaciones forestales. CONIF-documento del proyecto. s.p. Bogotá, Colombia.

Cortés, F., H. Dueñas & H. Cardozo 2005. Cambios en la vegetación de la sabana ocasionados por la plantación de *Pinus caribaea* en Vichada Colombia. *Revista Académica Colombiana de Ciencias*. 29 (110): 69-84.

Francis, J. K. 1992. *Pinus caribaea* Morelet. Caribbean pine. U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Southern Forest Experiment Station. 10 pg. New Orleans, United States of America.

Liu, C. M., W. Leuschner & H. Burkhart. 1989. A production function analysis of Loblolly Pine yield equations. *Forest Science*. 35 (3): 775-788.

López, A. M. 2007. Modelos de crecimiento y rendimiento para *Pinus caribaea*, *Eucalyptus pellita* y *Eucalyptus grandis* y determinación de su edad óptima de rotación en plantaciones forestales en Colombia. Tesis Magister, Facultad de Ciencias Forestales, Universidad Austral de Chile. 87 pg. Valdivia, Chile.

Malagón, D. 2003. Ensayo sobre tipología de suelos colombianos -Énfasis en génesis y aspectos ambientales-. *Revista Academia Colombiana de Ciencias Exactas Físicas y Naturales*. 27 (104): 319-341.

Rodrigues, R., A. Bartolomeu, T. Soares & M. Lopes, 2004. Empleo de um modelo de crescimento e produção para determinação da rotação em povoamentos de eucalipto. *R. Árvore* 28 (2): 219-225.

Vanclay, J. 1994. Modeling forest growth and yield. Applications to mixed tropical forest. CAB International. 312 pg. Wallingford. United Kingdom.