

## Determinación del sobreechanco requerido para vías con bajas velocidades de diseño en Colombia

### Curve widening design for low speed highways in Colombia

Geisa Jinnett Puerto Higuera<sup>1</sup>, Wilson Ernesto Vargas Vargas <sup>2</sup>

**Para citar este artículo:** Puerto, G.J., Vargas, W.E. (2020). Determinación del sobreechanco requerido para vías con bajas velocidades de diseño en Colombia. *Revista de Topografía Azimut*, (11) Pp: 66-84

Fecha de Recepción: 01 de marzo de 2020

Fecha de Aceptación: 17 de junio de 2020

#### Resumen

Actualmente, la normatividad de diseño geométrico de carreteras de Colombia establece el procedimiento para calcular el sobreechanco requerido por vehículos rígidos y articulados, para este último caso, la formulación arroja valores significativos que, de ser implementados, incidirían de manera importante en la inversión de recursos económicos en la construcción de vías. La finalidad de este proyecto es determinar la metodología que permita obtener sobreechancos óptimos requeridos por transporte de carga que circula en el país. Se analizaron formulaciones reglamentadas en normas de diseño geométrico internacional para calcular el valor de sobreechanco, las cantidades obtenidas se compararon con trayectorias de giro simuladas versus ensanchamientos experimentales, para luego recomendar el método que presente un comportamiento cercano a la realidad. El análisis de datos indica que, de acuerdo con las dimensiones del vehículo de diseño, y radio de giro, se requiere generar sobreechancos simulados, para determinados ángulos de deflexión de curva. El método de simulación es el procedimiento óptimo para calcular sobreechancos parcialmente desarrollados. Para sobreechancos máximos, con un análisis trigonométrico se determinan valores prácticos de ensanchamiento.

**Palabras clave:** cálculo de sobreechanco, simulación ancho de camino barrido,

sobreechanco, tipo de sobreechanco.

#### Abstract

Currently, the Colombian policy for geometric design of highways establishes the procedure to calculate the widening needed by rigid and articulated vehicles; in the latter case, the formulation yields significant values that, if implemented, would have a significant impact on the investment of economic resources in roads construction. This project is aimed to determinate the methodology to calculate the optimum highway widening that is needed for freight vehicles circulating in the country. Formulations used in international geometric design of highways to calculate the widening were analyzed; the results obtained were compared with simulated swept path width versus experimental off-tracking to thus recommend the method with a behavior close to reality. Data analysis indicates that, according to the dimensions of the design vehicle, and turning radius, it is required to generate simulated widening, for certain curve deflection angles. The simulation method is the optimal procedure to calculate partially developed widening. For maximum widening values, with a trigonometric analysis, practical values of widening are determined.

**Keywords:** calculation of widening, sweep path width simulation, types of widening, widening.

<sup>1</sup>Ingeniera topográfica, magíster en Infraestructura Vial. Universidad Santo Tomás de Aquino, Correo electrónico: gjinnettpuerto@gmail.com

<sup>2</sup>Ingeniero topográfico, magíster en Ingeniería Transporte. Docente de planta Universidad Distrital Francisco José de Caldas; docente de hora cátedra Universidad Nacional de Colombia. Estudiante Doctorado Universitat Politècnica de València. Correo electrónico: wvargas@udistrital.edu.co

## INTRODUCCIÓN

Con la finalidad de reducir riesgos de circulación al transitar en curva y optimizar recursos destinados a la construcción de vías, se requiere la implementación de valores de ampliaciones de calzada adecuados. La norma de diseño geométrico de carreteras colombiana vigente, en la formulación para calcular el valor de sobreancho en vehículos articulados, arroja cantidades que, en términos constructivos y presupuestales, no son óptimos. En consecuencia, este informe evalúa métodos de cálculo de sobreancho, con el fin de sugerir aquel que presente un comportamiento similar a valores de ensanchamiento experimentales.

### Sobreancho

Corresponde al ancho de calzada requerido para la circulación cómoda y segura de vehículos que transitan en curva, definido como el espacio entre la trayectoria de giro descrita por la parte exterior del voladizo delantero y la línea de la llanta interna trasera. Su valor se encuentra en función de las dimensiones del vehículo de diseño y el radio de giro (American Association of State Highway and Transportation Officials, 2011).

- a) *Sobreancho a baja velocidad.* Durante el giro a velocidades bajas, las ruedas delanteras tratan de arrastrar las traseras hacia ellas y hacia el interior de la curva, la magnitud de este fenómeno es mayor en vehículos de gran dimensión; para vehículos articulados, el desvío de las ruedas se divide en anchos distintos: uno es el definido entre los ejes del tractor, y el otro, entre el punto de articulación del vehículo y la llanta trasera interna del remolque (Harwood *et al.*, 2003, p. 39). El sobreancho *aumenta gradualmente* a medida que el desvío de ruedas de un vehículo avanza en una maniobra de giro, cuando el

vehículo continúa moviéndose en una curva de radio constante, el desvío de las ruedas llega a un ancho máximo, generándose dos tipos de sobreancho.

- *Sobreancho parcialmente desarrollado.* Se genera cuando los vehículos recorren curvas cortas o cuando las curvas son de radio pequeño, su valor no puede determinarse a partir de una ecuación simple, por tanto, algunos autores recomiendan determinar su valor implementando *software* de diseño, como *AutoTurn* (Harwood *et al.*, 2003, p. 41).

- *Sobreancho máximo.* Desvío completamente desarrollado descrito por las ruedas traseras con respecto a la trayectoria definida por las ruedas delanteras; para calcular dicho valor se han propuesto varias ecuaciones; el método tradicional, se conoce como *suma de cuadrados* y se realiza mediante análisis trigonométrico (Harwood *et al.*, 2003, p. 40).

- b) *Radio mínimo y velocidad de diseño.* El diseño de curvas horizontales debe presentar una relación adecuada entre velocidad de diseño, radio de curva, peralte y fricción lateral. Cuando un vehículo se desplaza sobre una curva a una velocidad específica, experimenta una fuerza centrífuga que empuja el vehículo fuera de la curva y es contrarrestada por la fricción lateral, y por el peralte de la curva, por tanto, el radio mínimo corresponde al valor límite de curvatura requerido para una velocidad específica de acuerdo con un valor máximo de peralte y de fricción lateral (Instituto Nacional de Vías, 2008). Por ende, *la velocidad de diseño permite definir radios mínimos de curva para transitar en condiciones seguras sobre la vía.*

## Antecedentes

Entre los métodos más antiguos para obtener el valor de sobreancho, están el establecido por la AASHTO (1965), y el formulado por la WHI (1970). Se han propuesto varias ecuaciones que mediante el análisis trigonométrico y el ángulo de viraje y de articulación de las unidades de remolque, permite la obtención de sobreanchos máximos (Stryker, 1977; Woodrooffe, 1981). Asimismo, se determinó que el ensanchamiento de calzada también puede calcularse mediante el ángulo de deflexión de curva y su respectivo radio de giro (Cain y Langdon, 1982).

La década de 1980 se caracterizó por la generación de programas informáticos que permitían representar gráficamente la trayectoria barrida para cualquier tipo de vehículo al realizar complejas geometrías de giro (Sayers, 1986; Erkert, 1989); el método usado por los programas son una *versión numérica* del dispositivo de dibujo mecánico llamado *tractrix integrator*, que era un instrumento de trazado manual o modelo a escala del vehículo de diseño, para generar la trayectoria curva descrita por la parte posterior de un vehículo.

A partir de 1990 se inicia el desarrollo de software de simulación de anchos de barrido y giro de vehículos en plataformas CAD, programas como *AutoTurn* o *AutoTrack* han permitido modelar rutas de barrido vehicular, comprobar diseño de intersecciones, generar y revisar plantillas de ruta de giro de vehículo, entre otros. Por otro lado, el valor de sobreancho máximo también puede obtenerse, ya sea a partir del análisis de las condiciones dinámicas de los vehículos al realizar el giro (Glausz y Harwood, 1991) o por teorema de cosenos (Transportation Association of Canada, 1997).

Para la década del 2000, normas de diseño geométrico internacional, reglamentan

calcular el sobreancho con la fórmula simple  $45/R$  (Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti, 2001) o  $50/R$  (Service d'Études techniques des routes et autoroutes, 2006). Otras más conservadoras sugieren análisis de triángulos, y sumar un factor adicional de seguridad igual a  $0,10V/\sqrt{R}$  (fórmula de Barnnet) (SIECA, 2004; Ministerio de Obras Públicas y Comunicaciones, 2011). En Colombia, el sobreancho en vehículos rígidos también se calcula mediante análisis trigonométrico, pero en su formulación se incluye el voladizo delantero del vehículo y se excluyen factores adicionales de seguridad; en vehículos articulados, la norma menciona hacer uso de la metodología AASTHO (2011), modificando dos términos de la ecuación (Instituto Nacional de Vías, 2008).

Para finales de la década del 2000, se demostró que la trayectoria de las ruedas traseras de un vehículo depende solamente de la trayectoria de las ruedas delanteras y no de la velocidad del vehículo (Prince y Dubois, 2008).

En los últimos años, el *software* de simulación se ha usado para realizar comparaciones con sobreanchos experimentales (Hürter, Götz y Heinz, 2014), para sobreanchos calculados versus simulados (Dušan, Milorad, Milorad y Bogdan, 2015), o para establecer herramientas conceptuales necesarias en la elaboración de diseños geométricos óptimos y sugerir adecuaciones de norma (Canale, Leonardi y Pappalardo, 2014).

Finalmente, la década 2010, se ha caracterizado por el desarrollo de dispositivos tecnológicos que permiten a las unidades de remolque, seguir de cerca la trayectoria descrita por el eje posterior de la unidad tractora del vehículo (Ritzen *et al.*, 2016).

## METODOLOGÍA

### Establecimiento de vehículos representativos de transporte de carga y pasajeros

En la tabla 1 se presentan las dimensiones de vehículos seleccionados para desarrollar el proyecto, de acuerdo con las resoluciones 004100 de 2004 y 000479 de 2010, del Ministerio de Transporte de Colombia.

### ANÁLISIS DE TRAYECTORIAS DE GIRO EN SOBREANCHOS EXPERIMENTALES, SIMULADOS Y CALCULADOS

#### Sobreanchos experimentales

Se realizó el levantamiento topográfico de trayectorias de giro dejadas por las huellas de neumático para dos vehículos de prueba, un bus grande de 2 ejes y un tractocamión tipo 2S2, representativos de vehículos rígidos y articulados (ver dimensiones tabla 1).

La imprimación de huellas de neumático en la vía se realizó cubriendo las llantas del vehículo con silicato de magnesio (figura 1).

Posteriormente, se realizó el levantamiento topográfico de las trayectorias de giro (figura

2).

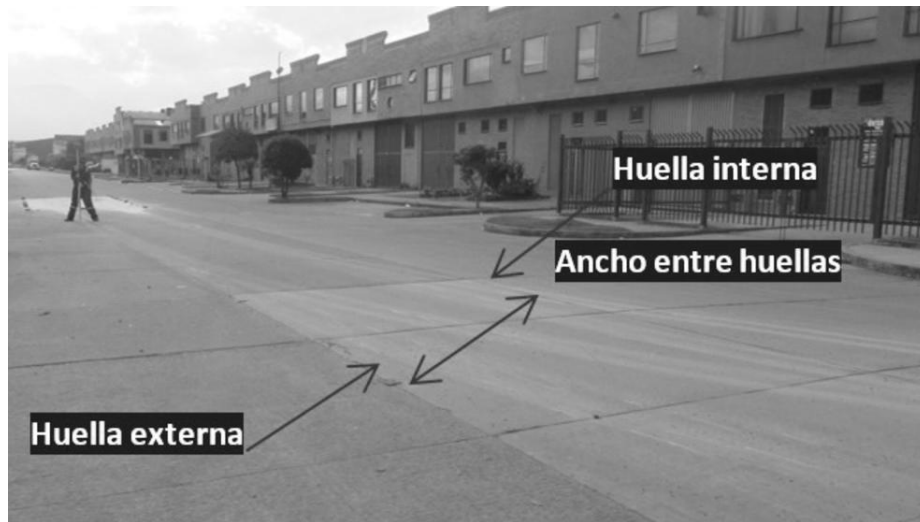
Luego, las coordenadas de cada experimento se analizaron en *AutoCad* para obtener el ancho de giro entre llantas y, con el *software AutoTurn* se generó el ancho total de camino barrido que incluye el espacio ocupado por el punto exterior del voladizo delantero del vehículo (tabla 2).

#### Sobreanchos simulados

El método de simulación con *software* ha sido recomendado por especificaciones, manuales y normas de diseño de carreteras, como la Norma 3.1-1C de España (Dirección General de Carreteras, 2016, p. 84). Los sobreanchos simulados se obtienen a partir de métodos iterativos, y tienen la ventaja de proporcionar tanto sobreanchos máximos como parciales. Por no ser una metodología de formulación simple, cada autor determina los pasos que se deben seguir. Actualmente, se continúa recomendando procedimientos de método iterativo para desarrollo de *software* de simulación (Cheng y Huang, 2011). Por lo anterior, uno de los objetivos de este proyecto es desarrollar un método numérico iterativo que permita calcular la trayectoria de giro en cualquier tipo de vehículo.



Figura 1: Marcas de huellas de neumático.



**Figura 2:** Levantamiento topográfico de huellas de neumáticos.

**Tabla 1:** Dimensiones principales de vehículos de diseño.

Vehículo	Dimensiones						
	VD	DE	VP	A	LT		
Camión C2	1,04	6,12	2,03	2,40	9,19		
Bus grande de 2 ejes	2,64	6,00	3,36	2,40	12,00		
Bus grande 3 ejes	2,50	6,70	3,39	2,60	13,34		
Bus articulado	2,50	5,50	6,70	3,50	2,60	18,20	
Bus biarticulado	2,50	5,50	5,85	6,20	3,50	2,60	23,55
Tracto camión 2S2	0,71	3,99	10,10	1,56	2,60	16,36	
Tracto camión 3S3	1,00	4,00	8,9	2,4	2,60	16,30	
Tracto camión 3S2 (cama baja)	1,22	4,55	15,19	1,35	3,05	21,04	

Nota: VD: voladizo delantero, DE: distancia entre ejes, VP: voladizo posterior, A: ancho del vehículo, LT: longitud total.

Fuente: resoluciones 004100 de 2004 y 000479 de 2010, del Ministerio de Transporte de Colombia.

**Tabla 2:** Resultados obtenidos del trabajo de campo.

Vehículo	Rc	Rext.	Rint.	Ancho giro entre llantas	Ancho total de camino barrido
Bus	25	26,30	23,66	<b>2,64</b>	<b>3,39</b>
grande 2 ejes	28,9	29,91	27,36	<b>2,55</b>	<b>3,21</b>
Tractocamión 2S2	18	20,27	15,12	<b>5,15</b>	<b>5,32</b>
	25,4	27,52	23,20	<b>4,32</b>	<b>4,44</b>
	37	39,22	35,20	<b>4,02</b>	<b>4,10</b>

Nota: Rc: radio de curva, Rext: radio de huella externa y Rint: radio de huella interna.

## Diseño de método iterativo

La metodología se desarrolla bajo los siguientes supuestos: la dirección de la velocidad instantánea de cada eje es la misma que la orientación de las ruedas, el punto medio del eje delantero del vehículo sigue el alineamiento de curva, no se presenta deslizamiento de ruedas y las dimensiones de vehículo son conocidas.

A continuación, se presenta el procedimiento de cálculo para obtener trayectorias de giro de un vehículo articulado tipo 3S2 (figura 3):

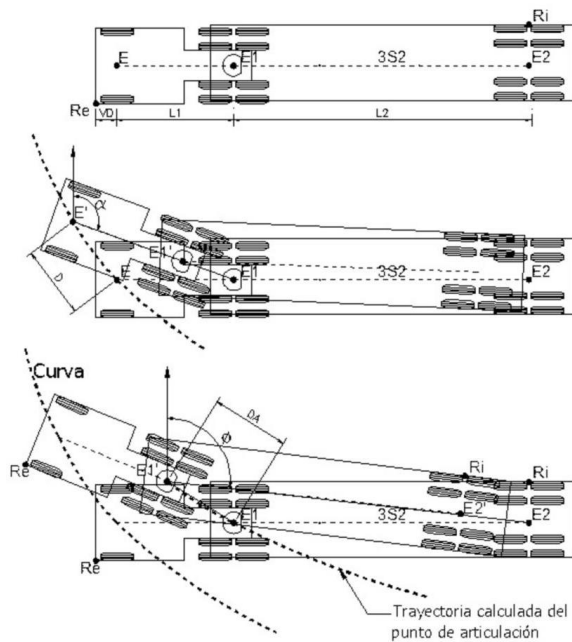


Figura 3: Giro en vehículo articulado.

1. Definición de longitud de vectores  $\overrightarrow{EE1}(L1)$  y  $\overrightarrow{E1E2}(L2)$ . Determinación de la posición norte y este ( $N, E$ ) de los puntos instantáneos  $E, E1, E2, Re$  y  $Ri$ .
2. Coordenadas de la curva que el automotor va a transitar.
3. Mover el punto  $E$  sobre la trayectoria definida en el paso anterior, un incremento  $D$ , que no supere los 30 cm. (Una longitud  $D$  mayor a 30 cm no conservaría la relación de triángulos requerida para el realizar el análisis trigonométrico (Erkert, 1989)).

4. Calcular  $\alpha$ , azimut del vector  $\overrightarrow{E'E1}$
5. Calcular nueva posición del punto de articulación  $E1'$ , usando azimut  $\alpha$  del vector  $\overrightarrow{E'E1}$  y la longitud  $L1$ .
6. Mover el vector  $\overrightarrow{E1'E2}$  un incremento  $DA$  sobre la trayectoria descrita por el punto de articulación  $E1'$ .
7. Calcular el azimut  $\theta$  del vector  $\overrightarrow{E'E2}$
8. Calcular la nueva posición del punto medio del eje posterior  $E2'$ , usando el azimut del vector  $\overrightarrow{E'E2}$  y la longitud  $L2$ .
9. Retornar al paso 3 y repetir los pasos 3 a 8 para obtener la trayectoria del punto de articulación ( $E1'$ ) y del punto medio del eje posterior del remolque ( $E2'$ ).
10. Calcular la coordenada del punto externo del voladizo delantero  $Re$ , a partir de cada una de las posiciones del punto medio del eje delantero sobre la curva ( $E'$ ).
11. Calcular la coordenada del punto interno del neumático trasero  $Ri$ , a partir de cada una de las posiciones del punto medio del eje posterior del remolque  $E2'$ .

El proceso de iteración matemática se formuló en Excel. Posteriormente, las trayectorias obtenidas se analizaron con el software AutoCad y se evaluaron las respectivas áreas de barrido. El ancho de giro calculado se comparó con sobranchos simulados para establecer el contraste entre el procedimiento desarrollado y software de diseño.

## Sobranchos calculados

Los métodos seleccionados para calcular el valor de sobrancho corresponden a aquellos que se encuentran instituidos en normas de diseño vigentes y formulaciones sugeridas por manuales de ingeniería y guías de diseño geométrico de carreteras, a partir del año 2010<sup>3</sup>. Los valores de sobrancho calculados con los métodos seleccionados se generan de acuerdo con las variables referenciadas en la figura 4.

*Método AASHTO.* Sugerido por manuales de diseño geométrico en Brasil (Departamento

<sup>3</sup>Se realizó la asignación de nombres para los procedimientos de cálculo de sobrancho con la única finalidad de ser identificados en el documento.

Nacional de Infraestructura de Transportes, 2010), Colombia (Instituto Nacional de Vías, 2008), México (Secretaría de Comunicaciones y Transportes, 2016), Ecuador (Ministerio de Transporte y Obras Públicas del Ecuador, 2013), entre otros.

$$W = W_c - W_n, \quad W_c = N(U + C) + (N - 1)F_A + Z, \quad (1)$$

$$U = A + R - \sqrt{R^2 - \sum L_i^2} \quad (2)$$

$$F_A = \sqrt{R^2 + L_1(2L + L_1)} - R \quad (3)$$

$$Z = 0,1 \left( \frac{V}{\sqrt{R}} \right) \quad (4)$$

*Método geométrico.* Análisis trigonométrico de cada unidad que compone un vehículo para obtener el radio interno y externo al realizar un giro. Sugerido por Ncolosi (2010) y DIGICORP (2011), y por la Transoft Solutions (2017) de Francia en su página web.

$$R_e : \text{Vehículo simple y articulado} \quad (5)$$

$$R_e = \sqrt{\left( \sqrt{R^2 - L_2^2} + \frac{A}{2} \right)^2 - (L_2 + L_1)^2}$$

$$R_i : \text{Vehículo simple}$$

$$R_i = \sqrt{R^2 - L_2^2} - \frac{A}{2}$$

$$R_i : \text{Vehículo articulado}$$

$$R_i = \sqrt{R^2 - (L_2^2 + L_3^2)} - \frac{A}{2}$$

*Método FAO.* Ecuación desarrollada por Cain y Langdon (1982) recomendada por la FAO (1990) y manuales de ingeniería y estándares de diseño de vías forestales de Nueva Zelanda (Forest Owners Association, 2011), Estados Unidos (Forest Service Department of Agriculture, 2014) y Canadá (FPInnovations, 2015).

$$C = (R - \sqrt{R^2 - L^2}) [1 - e^{-0,015 \cdot \Delta \cdot \frac{R}{L} + 0,216}] \quad (6)$$

$$L = \sqrt{\sum L_i^2} \quad \text{Deflexión de curva}$$

*Método de viraje.* Indicado por Da Silva (2014).

$$R_e = R_C : \text{El radio externo se hace igual al radio de la curva} \quad (7)$$

$$R_i : \text{Vehículo simple}$$

$$R_i = \sqrt{R_C^2 - (L_1 + L_2)^2}$$

$$R_i : \text{Vehículo articulado}$$

$$R_i = \sqrt{R_C^2 - (L_3 + L_1 + L_2 + Y)^2} - A + X$$

$$X = x' - x, Y = y' - y, x = -\frac{A}{2}, y = (L_1 + L_2)$$

$$x' = -\frac{A}{2} * \cos(-\alpha) - (L_1 + L_2) * \sin(-\alpha)$$

$$y' = -\frac{A}{2} * \sin(-\alpha) - (L_1 + L_2) * \cos(-\alpha)$$

*Método DNV.* Establecido por la Dirección Nacional de Vialidad de Argentina (2010).

$$S = 2S_1 + S_2 + SV \quad (8)$$

$$(9)$$

$$S_1 = R - \sqrt{R^2 - \sum L_i^2} \quad (10)$$

$$S_2 = \sqrt{R^2 + L_1(L_1 + 2L_2)} - R \quad (11)$$

$$SV = 0,1 \left( \frac{V}{\sqrt{R}} \right) \quad (12)$$

## ANÁLISIS DE SOBREENCHOS CALCULADOS CON FORMULACIÓN INVÍAS

### Vehículo rígido

Análisis formulación Invías versus Barnnet. Evaluación realizada debido a que la ecuación Barnnet está instituida en varias normas de diseño geométrico internacional vigentes (tabla 3).

El siguiente paso es evaluar la formulación Invías para vehículos rígidos en vías terciarias.

### Vehículo articulado

Análisis metodología AASHTO vs. Invías. La tabla 4 presenta los términos en los que difieren ambas ecuaciones.

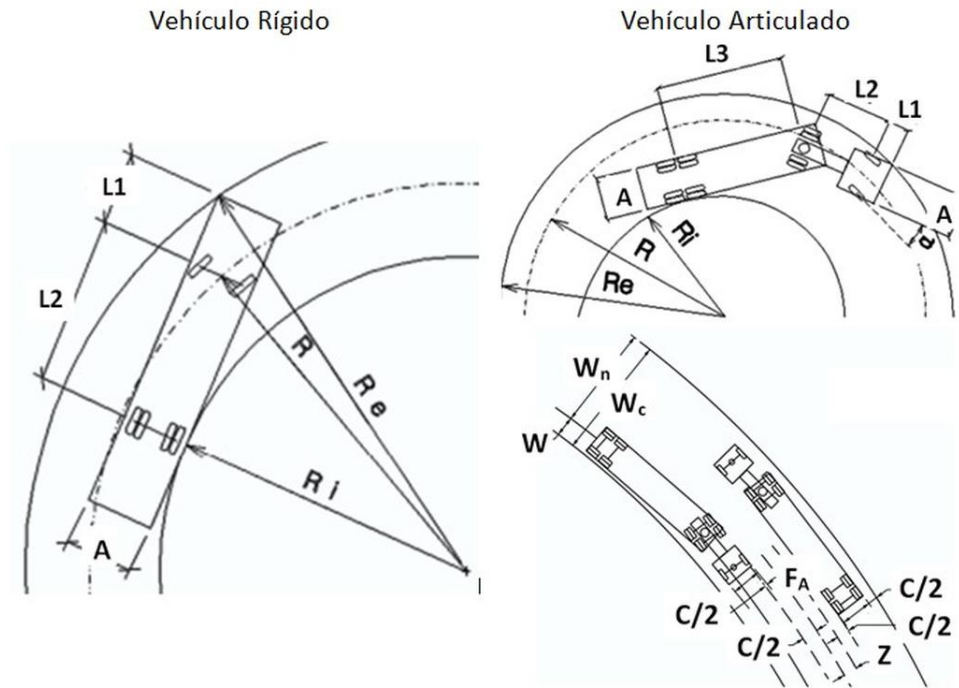


Figura 4: Dimensiones para obtención de sobreencho.

Tabla 3: Sobreencho vehículo rígido, norma Invías vs. Barnnet.

Invías (2008)	Barnnet
$S = n * \left( R_C - \sqrt{R_C^2 - L_2^2} \right)$ <p><math>n</math>: número de carriles, <math>R_C</math>: radio de curva, <math>L</math>: distancia entre el parachoques delantero y el eje posterior del vehículo.</p>	$S = n \left[ R - \sqrt{R^2 - (L_1 + L_2)^2} + \frac{v}{10 * \sqrt{R}} \right]$ <p><math>n</math>: número de carriles, <math>R</math>: radio de curva, <math>L</math>: distancia entre ejes y <math>v</math>: velocidad de diseño.</p>

Tabla 4: Variables modificadas en norma Invías con respecto a norma AASHTO.

Variable	AASHTO (Green Book, 2011)	Versión Invías
Ancho ocupado por el vehículo cuando está describiendo la trayectoria en curva ( $U$ )	$U = u + R - \sqrt{R^2 - \sum L_i^2}$ <p><math>L_i</math>: distancia entre ejes consecutivos del vehículo de diseño y puntos de articulación.                      Por tanto, <math>\sum L_i^2</math> es la suma del cuadrado de cada una de las distancias entre ejes.</p>	$U = u + R - \sqrt{R^2 - (L_1 + L_2 + L_3)^2}$ <p><math>L_1 + L_2 + L_3</math>: dimensiones entre ejes de cada unidad del vehículo.                      Entonces, <math>(L_1 + L_2 + L_3)^2</math> es el cuadrado de la suma total entre ejes del vehículo.</p>
Sobreencho adicional de seguridad ( $Z$ )	$Z = 0,1 * \frac{V}{\sqrt{R}}$	$Z = 0,1 * \sqrt{\frac{V_{CH}}{R_C}}$

Fuente: Manual de Diseño Geométrico de Carreteras (2008) y Aashto (2011).



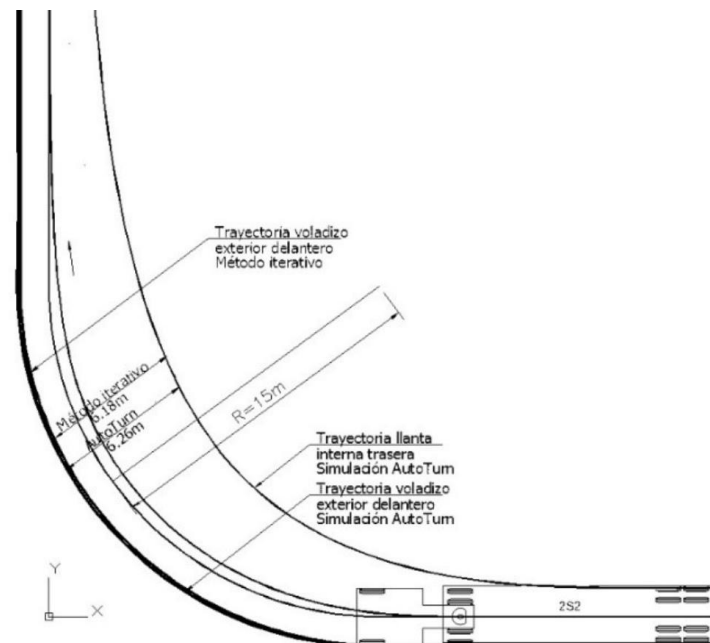


Figura 5: Dimensiones para obtención de sobrancho.

## RESULTADOS

### Análisis de resultados método iterativo

La figura 5 permite observar que entre las trayectorias de giro calculadas con el método iterativo y las generadas con *AutoTurn* no hay diferencias superiores a 8 mm en el valor de sobrancho.

El método iterativo desarrollado puede ser empleado para generar software gratuito de simulación.

### Análisis de sobranchos experimentales vs. sobranchos calculados y simulados

En la tabla 5 se detallan los valores de sobranchos experimentales versus los calculados y simulados. Los sobranchos calculados con el método iterativo se remplazaron por los generados con el software *AutoTurn*, por la similitud de resultados. Debido a que los datos experimentales se generaron en curvas con  $\Delta$  aprox.  $86^\circ$ , las columnas 10 y 11 registran valores de sobrancho simulados y calculados con el método FAO, para los radios y dimensiones de vehículo adquiridos en campo, pero en curvas con  $\Delta = 180^\circ$ .

Se puede observar para *vehículo rígido* que los sobranchos calculados con los métodos AASHTO,

Geométrico, Viraje, DNV e Invías son mayores a los datos experimentales, pero, coinciden en ser cantidades similares entre ellas. Para el *vehículo articulado* se aprecia el mismo comportamiento, pero, solo con los métodos AASHTO, Geométrico y DNV, la literatura indica que estas formulaciones son útiles para obtener valores de sobrancho en curvas con ángulos de deflexión de hasta  $180^\circ$ ; dicha información se puede corroborar con los valores de sobranchos simulados registrados en la columna 10, cuyas cantidades son coincidentes con los sobranchos calculados.

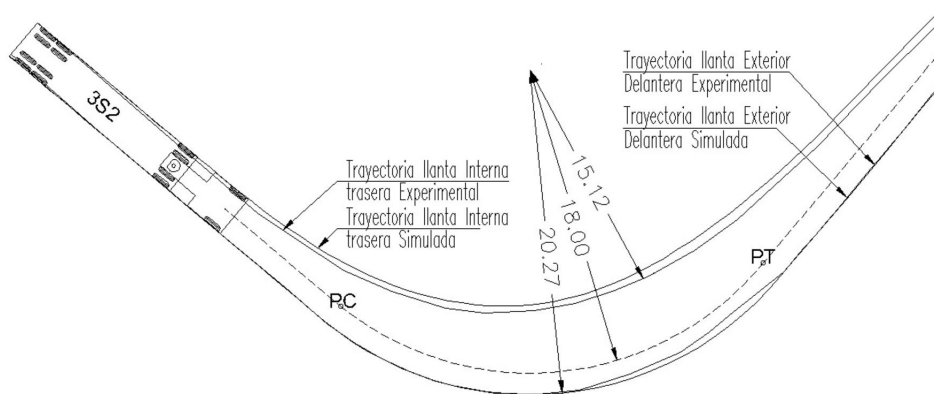
El método viraje en vehículos articulados presenta valores de sobrancho mayores a los experimentales, especialmente en radios cortos; por el contrario, para radios mayores (37 m), el sobrancho es similar al experimental. Los resultados obtenidos no son concluyentes para indicar un comportamiento esperado de sobrancho; se requiere evaluar las condiciones de curva en las que implementar dicha metodología arrojaría valores usuales de ensanchamiento.

La metodología Invías para vehículo articulado, es la formulación que arroja los valores más altos de sobrancho, las cantidades varían entre 90% a 156% con respecto a los datos experimentales; esta condición suscita un análisis adicional que permita conocer las variables que incrementan la trayectoria de giro.

**Tabla 5:** Sobreebanco experimentales vs calculados.

[1] Vehículo R/V(km/h)	Sobreebanco (m) vehículo rígido bus grande 2 ejes									
	[2] AASHTO	[3] Geom	[4] Viraje	[5] DNV	[6] Invías	[7] FAO ( $\Delta=0^\circ$ )	[8] AutoTurn ( $\Delta=0^\circ$ )	[9] Experi ( $\Delta=0^\circ$ )	[10] AutoTurn $\Delta=180$	[11] FAO $\Delta=180$
Radio 25 m 20 km/h	1,49	1,43	1,54	1,49	1,5	0,73	1,29 82°12'35,3"	0,99	<b>1,48</b>	<b>0,73</b>
Radio 28,8 m 40 km/h	1,30	1,24	1,33	1,30	1,3	0,63	1,13 79°10'30,7"	0,81	<b>1,48</b>	<b>0,63</b>
<b>Sobreebanco (m) vehículo articulado tractocamión 2S2</b>										
Radio 18 m 20 km/h	3,82	3,77	3,20	3,82	6,97	3,11	3,17 85°42'58"	2,72	<b>3,82</b>	<b>3,59</b>
Radio 25,4 m 40 km/h	2,56	2,54	2,15	2,56	4,39	2,29	2,41 85°19'59,8"	1,84	<b>2,56</b>	<b>2,43</b>
Radio 37 m 50 km/h	1,71	1,7	1,47	1,71	2,87	1,60	1,66 85°46'29,8"	1,5	<b>1,77</b>	<b>1,63</b>

Nota: los valores de sobreebanco corresponden al ancho ocupado por el vehículo al realizar el giro, menos el ancho del vehículo. No incluye holguras ni anchos adicionales de seguridad.



**Figura 6:** Trayectorias experimentales versus simuladas tractocamión 3S2.

**Tabla 6:** Sobreebanco vehículo rígido camión C2, giro  $\Delta = 180^\circ$ .

Radio	Sobreebanco (m)						
	AASHTO/DNV			Geométrico	FAO	Simulación (AutoTurn)	Invías viraje
	$S = U + F_A - A$	$U$	$F_A$				
15	1,76	3,71	0,45	1,63	1,30	1,64	1,8
20	1,30	3,36	0,34	1,23	0,96	1,25	1,3
30	0,86	3,03	0,23	0,83	0,63	0,84	0,9
40	0,64	2,87	0,17	0,62	0,47	0,63	0,6
50	0,51	2,78	0,14	0,50	0,38	0,51	0,5
60	0,43	2,71	0,11	0,42	0,31	0,43	0,4
70	0,37	2,67	0,10	0,36	0,27	0,36	0,4
80	0,32	2,63	0,09	0,32	0,23	0,32	0,3
90	0,29	2,61	0,08	0,28	0,21	0,29	0,3
100	0,26	2,59	0,07	0,25	0,19	0,26	0,3

Fuente: elaboración propia con base en AutoTurn y cálculos

El método FAO, columna 7, arroja valores de sobreancho menores a los datos experimentales, especialmente en vehículo rígido. En vehículo articulado, los valores tienen un comportamiento más cercano a los medidos en campo, porque es la distancia entre ejes la variable que presenta mayor incidencia en dicha formulación. Los valores de sobreancho de la columna 11, pese a incluir el ángulo de deflexión de curva, continúan siendo menores con respecto a los sobreanchos simulados de la columna 10, por ser una formulación que no incluye el voladizo delantero del vehículo. La diferencia entre ambos métodos se incrementa especialmente en *radios cortos*.

Con el método de simulación, columna 8, los valores de sobreancho son superiores a los experimentales, en vehículo rígido hasta en 32 cm, y en vehículo articulado hasta en 57 cm, diferencias que pueden presentarse porque el *software* calcula condiciones ideales de giro sobre la curva, bajo el supuesto de inexistencia de deslizamiento o de desplazamiento vehicular, lo que en realidad en terreno no sucede.

La figura 6 ilustra las trayectorias de giro medidas en campo y las obtenidas con *software* de simulación. Los datos experimentales son menores a los generados con *AutoTurn*, pero la posición del ancho de camino barrido es similar. La revisión de literatura de proyectos en los que se han verificado trayectorias de giro obtenidas con *software* de modelación versus sobreanchos experimentales, han concluido que los anchos simulados generalmente son mayores a los reales, y presentan precisión submétrica.

El procedimiento práctico para cálculo de sobreancho es el método de simulación, porque permite obtener con buena aproximación ampliaciones de calzada en distintas condiciones de giro.

Los resultados muestran que  $a > R$ , menor variación de sobreancho, por tanto, se evalúan los métodos bajo iguales condiciones de giro para un rango *amplio* de radio. Adicionalmente, se determina la incidencia que tiene el ángulo de deflexión de curva en el valor de sobreancho.

## ANÁLISIS DE SOBREANCHOS CALCULADOS VS SIMULADOS PARA IGUALES CONDICIONES DE GIRO

## Vehículos rígidos

Las tablas 6, 7 y 8 presentan los valores de sobreancho para vehículos rígidos.

Los sobreanchos en vehículos rígidos con el método AASHTO y DNV no presentan variación mayor a 2 cm con respecto a valores simulados en radios mayores a 30 m. Los anchos de camino barrido generados con dichas metodologías se vuelven constantes a lo largo de la curva cuando  $R$  es mayor a 30 m. Son formulaciones útiles para calcular sobreanchos máximos cuando  $R \gg L$ .

Con el método geométrico se presentan sobreanchos similares a los obtenidos con la metodología de simulación, con una diferencia entre ambos métodos que no supera los 2 cm para cualquier valor de radio en los tres vehículos. Es una formulación óptima para determinar ensanchamientos de calzada *máximos*, con la ventaja de no condicionar al diseñador a implementar sobreanchos adicionales de seguridad, ya que determina trayectorias de giro netas.

El método FAO aumenta proporcional a la distancia entre ejes de los vehículos, pero, al no incluir el sobreancho ocupado por el voladizo delantero, arroja valores de ensanchamiento aproximadamente iguales en vehículos que difieren en longitud casi 3 m (ver tablas 8 y 9). Para los tres vehículos, la formulación FAO difiere de las cantidades simuladas en proporción igual al sobreancho ocupado por el voladizo delantero del vehículo, es un método de baja confiabilidad.

Los métodos viraje e Invías son los valores de sobreancho más altos con respecto a los demás métodos, pero, en  $R < 30$  m, para radios mayores, los ensanchamientos son similares a los simulados. Son formulaciones recomendadas para obtener sobreanchos máximos cuando  $R \gg L$ .

## Vehículos articulados

En las tablas 9, 10 y 11 se detallan los valores de sobreancho para vehículos articulados.

La formulación AASHTO y DNV presentan sobreanchos similares a los simulados en una diferencia que no supera los 2 cm cuando  $R \geq 30$  m. Son métodos útiles cuando  $R \gg L$ .

**Tabla 7:** Sobrancho vehículo rígido bus intermunicipal, giro  $\Delta = 180^\circ$

Radio	Sobrancho (m)						
	AASHTO/DNV			Geométrico	FAO	Simulación (AutoTurn)	Invías viraje
	$S$ $= U + F_A - A$	$U$	$F_A$				
15	2,49	3,65	1,24	2,32	1,25	2,34	2,7
20	1,87	3,32	0,94	1,76	0,92	1,78	2,0
30	1,24	3,01	0,64	1,20	0,61	1,22	1,3
40	0,93	2,85	0,48	0,91	0,45	0,92	0,9
50	0,75	2,76	0,39	0,73	0,36	0,74	0,8
60	0,62	2,70	0,32	0,61	0,30	0,62	0,6
70	0,53	2,66	0,28	0,52	0,26	0,53	0,5
80	0,47	2,63	0,24	0,46	0,23	0,47	0,5
90	0,41	2,60	0,21	0,41	0,20	0,41	0,4
100	0,37	2,58	0,19	0,37	0,18	0,37	0,4

**Tabla 8:** Sobrancho vehículo rígido bus grande, giro  $\Delta = 180^\circ$

Radio	Sobrancho (m)						
	AASHTO/DNV			Geométrico	FAO	Simulación (AutoTurn)	Invías viraje
	$S$ $= U + F_A - A$	$U$	$F_A$				
15	2,85	4,18	1,27	2,64	1,57	2,64	3,2
20	2,13	3,76	0,97	2,00	1,16	2,03	2,2
30	1,41	3,36	0,66	1,36	0,76	1,37	1,4
40	1,06	3,17	0,49	1,03	0,57	1,04	1,1
50	0,85	3,05	0,40	0,83	0,45	0,84	0,9
60	0,71	2,98	0,33	0,69	0,38	0,70	0,7
70	0,60	2,92	0,28	0,59	0,32	0,61	0,6
80	0,53	2,88	0,25	0,52	0,28	0,52	0,5
90	0,47	2,85	0,22	0,46	0,25	0,47	0,5
100	0,42	2,82	0,20	0,42	0,22	0,43	0,4

**Tabla 9:** Valores de sobrancho bus articulado, giro  $\Delta = 180^\circ$

Radio	Sobrancho (m)									
	AASHTO/DNV			Geométrico	FAO	Viraje	Simulación (AutoTurn)	Invías		
	$S$	$U$	$F_A$					$S$	$U$	$F_A$
15	2,69	4,21	1,09	2,53	2,73	3,14	2,60	3,27	4,79	1,09
20	2,00	3,78	0,83	1,91	1,97	2,23	1,96	2,41	4,18	0,83
30	1,33	3,37	0,56	1,28	1,28	1,44	1,31	1,59	3,63	0,56
40	0,99	3,17	0,42	0,97	0,95	1,09	0,98	1,19	3,37	0,42
50	0,80	3,06	0,34	0,78	0,76	0,88	0,78	0,95	3,21	0,34
60	0,66	2,98	0,28	0,65	0,63	0,73	0,65	0,79	3,11	0,28
70	0,57	2,93	0,24	0,56	0,54	0,63	0,55	0,68	3,04	0,24
80	0,50	2,89	0,21	0,49	0,47	0,53	0,48	0,59	2,98	0,21
90	0,44	2,85	0,19	0,44	0,42	0,49	0,42	0,53	2,94	0,19
100	0,40	2,83	0,17	0,39	0,38	0,43	0,38	0,47	2,90	0,17

**Tabla 10:** Valores de sobreebanco tractocamión 2S2, giro  $\Delta = 180^\circ$

Radio	Sobreebanco (m)									
	AASHTO/DNV			Geométrico	FAO	Viraje	Simulación (AutoTurn)	Invías		
	S	U	F <sub>A</sub>					S	U	F <sub>A</sub>
15	4,8 6	7,25	0,20	4.80	4.51	4.09	4.58	10,06	12,45	0,20
20	3,3 6	5,81	0,15	3.33	3.18	2.82	3.33	5,96	8,41	0,15
30	2,1 4	4,63	0,10	2.12	2.03	1.77	2.14	3,62	6,11	0,10
40	1,5 8	4,10	0,08	1.57	1.50	1.30	1.59	2,64	5,16	0,08
50	1,2 6	3,79	0,06	1.25	1.19	1.03	1.27	2,09	4,63	0,06
60	1,0 4	3,59	0,05	1.04	0.99	0.89	1.06	1,73	4,28	0,05
70	0,8 9	3,45	0,04	0.89	0.85	0.78	0.90	1,48	4,03	0,04
80	0,7 8	3,34	0,04	0.78	0.74	0.66	0.79	1,29	3,85	0,04
90	0,6 9	3,26	0,03	0.69	0.66	0.58	0.70	1,14	3,71	0,03
100	0,6 2	3,19	0,03	0.62	0.59	0.54	0.63	1,03	3,60	0,03

**Tabla 11:** Valores de sobreebanco tractocamión 3S3, giro  $\Delta = 180^\circ$

Radio	Sobreebanco (m)									
	AASHTO/DNV			Geométrico	FAO	Viraje	Simulación (AutoTurn)	Invías		
	S	U	F <sub>A</sub>					S	U	F <sub>A</sub>
15	3,90	6,2 1	0,30	3.84	3.54	3.08	3.78	7,64	9,95	0,30
20	2,77	5,1 4	0,22	2.73	2.53	2.14	2.75	4,94	7,32	0,22
30	1,78	4,2 3	0,15	1.76	1.63	1.42	1.79	3,06	5,52	0,15
40	1,32	3,8 1	0,11	1.31	1.21	1.03	1.34	2,25	4,74	0,11
50	1,05	3,5 6	0,09	1.04	0.96	0.86	1.06	1,78	4,29	0,09
60	0,87	3,4 0	0,07	0.87	0.80	0.69	0.88	1,48	4,00	0,07
70	0,75	3,2 8	0,06	0.74	0.68	0.62	0.75	1,26	3,80	0,06
80	0,65	3,2 0	0,06	0.65	0.60	0.53	0.66	1,10	3,65	0,06
90	0,58	3,1 3	0,05	0.58	0.53	0.48	0.58	0,98	3,53	0,05
100	0,52	3,0 8	0,04	0.52	0.48	0.46	0.53	0,88	3,44	0,04

El método geométrico presenta buen comportamiento con respecto al de simulación, incluso cuando  $R < 20$  m, sus valores no difieren

en más de 5 cm, para radios mayores, en no más de 2 cm. En la práctica querría decir que tanto los datos modelados como los calculados son iguales.

Las tablas anteriores permiten corroborar que el método FAO genera valores menores a los sobreebanchos simulados en proporción igual al sobreebancho ocupado por el voladizo delantero del vehículo. Asimismo, se comprueba que la distancia entre ejes es la variable que determina el valor del sobreebancho. (En la tabla 9 los sobreebanchos no difieren de los simulados en más de 3 cm cuando  $R > 30$  m). El uso de este método se limitaría a vehículos articulados en curvas con  $R > 60$  m.

Con el método viraje, los valores de sobreebancho son menores con respecto a datos simulados. Se podría decir que es una metodología aceptable si se tiene en cuenta que los sobreebanchos simulados son mayores a los datos experimentales; queda, entonces, a riesgo del diseñador su implementación. Se debe tener presente que es una formulación poco práctica porque requiere la determinación de un ángulo de articulación tal, que la trayectoria descrita por el punto externo del voladizo delantero del tractor no sea mayor que la definida por el punto externo del remolque.

Con el método Invías, los valores de sobreebancho reflejan ser muy superiores con respecto a los simulados. En bus articulado, en un porcentaje entre 24 % y 26 %, y en tractocamiones, entre 66 % a 120 %, proporciones que indican que la distancia entre ejes es la variable con mayor incidencia en la obtención de sobreebancho en dicha ecuación.

Los resultados revelan que tanto para vehículos rígidos como articulados el método geométrico es el procedimiento recomendado para obtener sobreebanchos *máximos*. Adicionalmente, según el análisis de datos, se requiere establecer por qué cuando  $R < 30$  m la cantidad de sobreebancho varía de forma significativa con respecto a los datos simulados para cualquier tipo de vehículo en cada una de las formulaciones.

### Análisis de ángulo de deflexión de curva en sobreebanchos simulados

La figura 7 muestra la incidencia del ángulo de deflexión de curva en el valor de sobreebancho.

En radios cortos el sobreebancho aumenta al incrementar el ángulo de deflexión de curva, y tiende a un valor constante en radios altos. El

sobreebancho converge a un valor constante para  $\Delta \geq 45^\circ$  en radios superiores a 60 m. En *radios cortos* es importante tener en cuenta el ángulo de deflexión de curva, de lo contrario se estaría sobreestimando el valor de sobreebancho.

## ANÁLISIS DE SOBREEBANCHOS FORMULACIÓN INVÍAS

### Vehículo rígido

*Formulación Invías versus Barnnet.* La tabla 12 presenta los valores de sobreebancho calculados para un camión C2 y bus grande de 2 ejes.

Según los resultados, la formulación Barnnet arroja sobreebanchos equivalentes para vehículos que difieren en largo 2,8 m y en algunos casos el valor de sobreebancho generado con Barnnet es muy superior al obtenido con Invías, hasta en un 80 %. Lo anterior indica que la ecuación Barnnet requiere una evaluación más precisa para ser implementada.

*Análisis sobreebancho en vías terciarias.* La ecuación establecida por Invías es  $s = \frac{32 * n}{R}$ , y proviene de  $S = 0,5 \left( \frac{l^2}{R} \right)$ . Dicha formulación presenta un comportamiento similar a ensanchamientos simulados cuando el factor multiplicador 0,5 se excluye y cuando  $R \gg l$ , de lo contrario, los valores de sobreebancho son menores (figura 8).

*Sobreebancho vehículos articulados.* La primera modificación de la formulación Invías es el término U, el cual, arroja valores en casi el doble de la proporción de los obtenidos con la ecuación AASHTO para las mismas dimensiones de vehículo (figura 9).

La segunda modificación en la ecuación Invías corresponde a la variable Z, término que tiene un comportamiento inversamente proporcional a la longitud del radio. Con la propuesta Invías, Z converge a 10 cm en radios cortos, en contraste con la ecuación AASHTO, Z tiende a 60 cm. Se puede decir que la variable Z es irrelevante en la metodología Invías; por el contrario, con AASHTO, se generan ensanchamientos de calzada importantes en radios cortos.

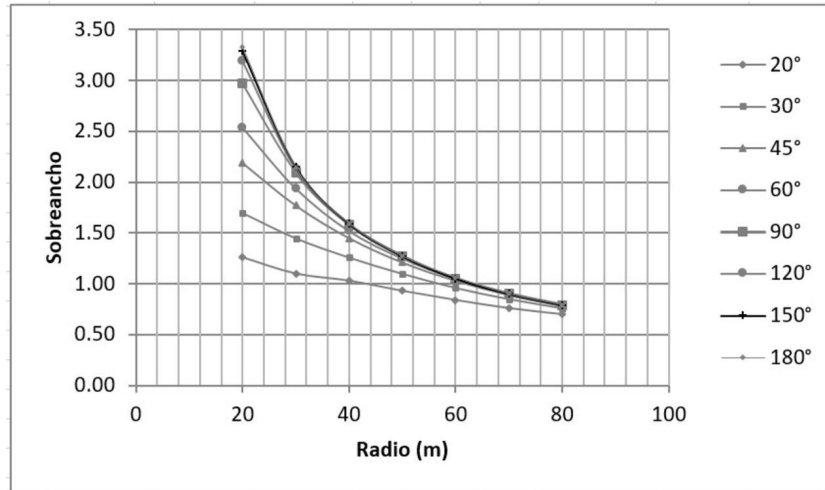


Figura 7: Análisis de sobrancho en tractocamión 2S2 a partir del ángulo de deflexión.

Tabla 12: Sobrancho requerido camión C2 método Invías y Barnnet.

Radio	Sobrancho (m)									
	Invías		Barnnet 20 km/h		Barnnet 30 km/h		Barnnet 40 km/h		Barnnet 50 km/h	
	C2	BUS	C2	BUS	C2	BUS	C2	BUS	C2	BUS
15	1,8	2,7	1,8	1,8						
20	1,3	2,0	1,4	1,4	1,6	1,6				
30	0,9	1,3	1,0	1,0	1,2	1,2				
40	0,6	0,9	0,8	0,8	0,9	0,9				
50	0,5	0,8	0,7	0,6	0,8	0,8	0,9	0,9		
60	0,4	0,6	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8		
70	0,4	0,5	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7		
80	0,3	0,5	0,5	0,4	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8

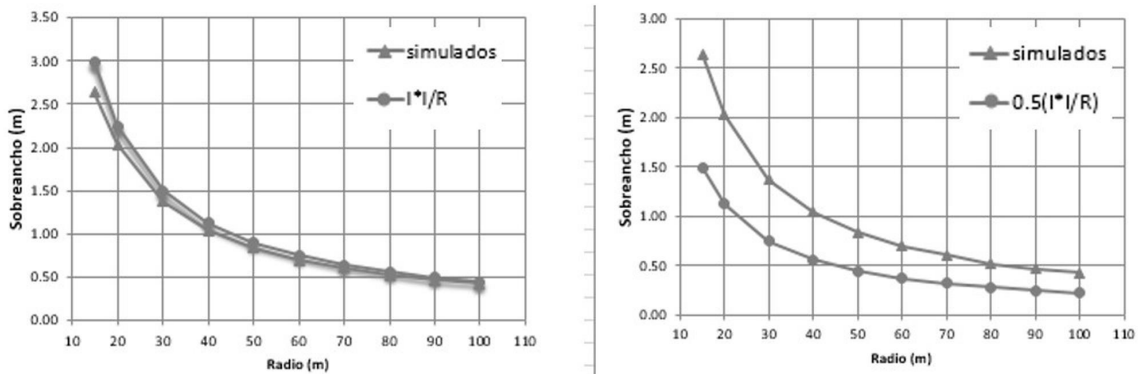


Figura 8: Sobranchos calculados (Invías-vías terciarias) vs. Simulados.

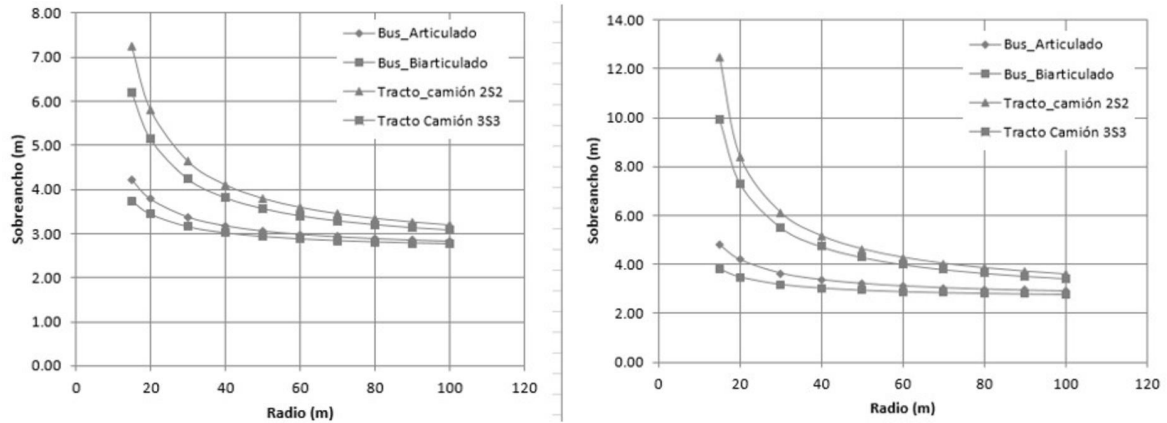


Figura 9: a) Variable U formulación Invías. b) Variable U formulación AASHTO.

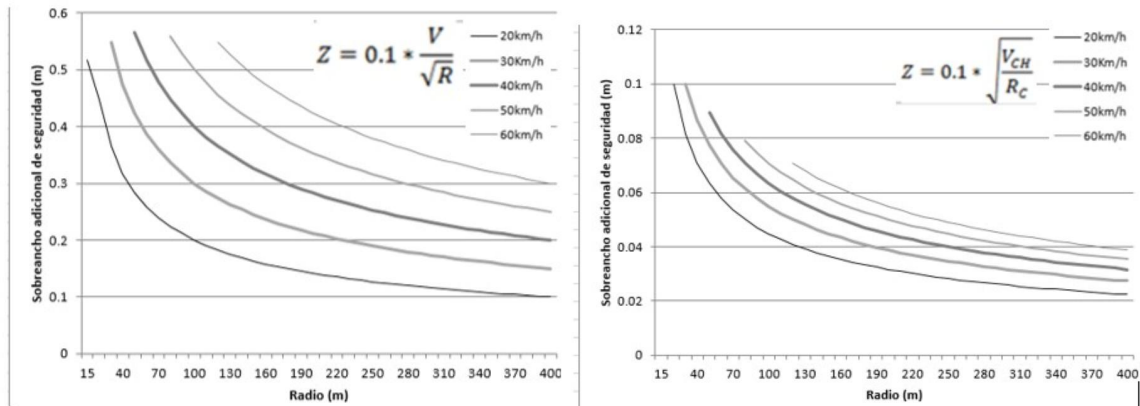


Figura 10: a) Z, formulación Invías. b) Z, ecuación AASHTO.

### Especificaciones técnicas para cálculo de sobreencho en vías con bajas velocidades

La tabla 13 contiene valores de sobreencho máximo calculados con el método geométrico, debido a la precisión que se obtuvo con dicha formulación.

Las celdas en color gris claro corresponden al límite de radio inferior, donde el sobreencho debe diseñarse con la ayuda de software de simulación o de plantillas de giro. Los valores de las celdas sin color indican los radios para los cuales un ángulo de deflexión de curva  $\Delta \geq 45^\circ$ , deja de incidir en el valor total de sobreencho. Los campos resaltados en color gris oscuro señalan los radios en los que el cálculo de sobreencho, ya no depende del ángulo de deflexión de curva y el método geométrico se puede implementar sin condiciones.

Los valores de sobreencho de la tabla 13 corresponden únicamente al cálculo del ancho adicional requerido por un vehículo al realizar una maniobra de giro, y no especifican ampliaciones de calzada, ya que dicha cantidad depende del ancho de carril en tangente y de anchos adicionales de seguridad que el diseñador de vías sugiera implementar. Por tanto, a los valores registrados se les debe incluir holguras horizontales para transitar de forma segura sobre la curva.

### CONCLUSIONES

El ancho máximo de camino barrido ocupado por un vehículo al realizar una maniobra de giro es independiente del ancho de carril en tangente; no obstante, el valor de ampliación de la calzada sí depende del ancho de vía en tangente y de holguras o espacios laterales que sea oportuno incluir.



**Tabla 13:** Sobreanchos máximos (método geométrico).

Radio (m)	C2	Bus grande	Bus articulado	Bus biarticulado	Tractocamión 2S2	Tractocamión 3S3	Tractocamión 3S2 grande
20							
30	0.83	1.36					
40	0.62	1.03	0.97	0.81	1.57	1.31	
50	0.50	0.83	0.78	0.65	1.25	1.04	
60	0.42	0.69	0.65	0.54	1.04	0.87	
70	0.36	0.59	0.56	0.47	0.89	0.74	
80	0.32	0.52	0.49	0.41	0.78	0.65	
90	0.28	0.46	0.44	0.37	0.69	0.58	
100		0.42	0.39	0.33	0.62	0.52	
120		0.35	0.33	0.28	0.52	0.43	
140		0.30	0.28	0.24	0.44	0.37	
160				0.21	0.39	0.33	
180				0.18	0.34	0.29	
200				0.17	0.31	0.26	
220							
240							
260							

El valor de sobreancho no depende de la velocidad de diseño, pero sí del radio de giro, lo que quiere decir que al implementar un radio mínimo de giro se debe garantizar condiciones máximas de peralte y de fricción lateral que permitan a los vehículos transitar sobre la curva en condiciones seguras, de acuerdo con la velocidad de circulación.

Las ecuaciones sugeridas para calcular sobreanchos *máximos* son óptimas, primero, cuando el ancho de trayectoria de giro se vuelve constante a lo largo de la curva, y segundo, para valores de radio de giro a partir de cuales el ángulo de deflexión de curva deja de incidir en el valor de sobreancho. Se determinó un rango específico de radios, en los cuales, ángulos de deflexión  $> 45^\circ$  dejan de incidir en el valor del sobreancho. Asimismo, se establecieron condiciones en las que se sugiere implementar *software* de simulación para que los sobreanchos no sean sobreestimados.

El método de simulación fue el procedimiento que tuvo el comportamiento más aproximado con respecto a sobreanchos experimentales, ya que, tanto el ancho de camino barrido, como la posición de trayectorias de giro, es similar a las medidas en campo, razón por la que sus resultados fueron

usados para evaluar la efectividad de los demás métodos de cálculo.

El análisis de sobreanchos calculados versus simulados permitió establecer que la ecuación reglamentada en la norma de diseño geométrico colombiana, para vehículos articulados, arroja valores altos, entre 24 % a 120 % más. Se convierte en una metodología no recomendada porque puede generar valores sobrestimados, y más, si se tiene en cuenta que los sobreanchos simulados presentan un porcentaje aceptablemente mayor que los datos de campo.

El método con mejor comportamiento para determinar sobreanchos máximos es el nombrado en este proyecto como *método geométrico*, primero, porque sus resultados no difieren en más de 2 cm con respecto a datos simulados, en radios de curva que no generan sobreanchos parcialmente desarrollados, y segundo, por no condicionar en su formulación la implementación de sobreanchos adicionales de seguridad.

El método conocido como FAO sería óptimo para calcular ensanchamientos máximos, en radios que no generen sobreanchos parcialmente desarrollados *para cualquier ángulo de deflexión*, si

y solo si se incluye el sobreebanco generado por el voladizo delantero del vehículo. La formulación

propuesta sería la siguiente:

$$C = (R - \sqrt{R^2 - L^2}) * [1 - e^{-0,015 * \Delta * \frac{R}{L} + 0,216}] + F_A, \quad \text{Donde } F_A = \sqrt{R^2 + L1(2L21)} - R$$

Se requiere especificar en el Manual de Diseño Geométrico las condiciones de giro, en las que la formulación reglamentada para cálculo de sobreebanco genera valores adecuados. Igualmente, es necesario validar las condiciones de vía que demandan implementar herramientas de simulación para cálculo de sobreebanco.

## REFERENCIAS

- American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO) (1965). *A policy on geometric design of rural highways*. Washington, D.C.: Association General Offices.
- American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO) (2011). *A policy on geometric design of highways and street*. Washington, D.C.
- Cain, C. y Langdon, J.A. (1982). *A guide for determining minimum road width on curves for single-lane forest roads*. Washington, D.C.: USDA Forest Service.
- Canale, S., Leonardi, S. y Pappalardo, G. (2014). *Riqualificazione funzionale delle intersezioni a raso. Proposta di nuovi Criteri Progettuali*. Catania, Italia: Università degli Studi di Catania.
- Cheng, J.-F. y Huang, H.-C. (2011). Effects of roadway geometric features on low-speed turning maneuvers of large vehicles. *International Journal of Pavement Research and Technology*, 4(6), 373-383.
- Da Silva, F.F. (2014). *Particularidades das Estradas de Montanha*. Porto, Portugal: Universidade do Porto-Faculdade de Engenharia.
- Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes (2010). *Manual de projeto geométrico de travessias urbanas*. Río de Janeiro, Brasil.
- DIGICORP (2011). *Norme Funzionali e Geometriche per la Costruzione delle Strade*. Recuperado de [http://www.digicorpingegneria.com/digiweb/upload/en\\_home/clienti/archivio\\_di\\_accademia/dispense\\_prog\\_stradale\\_76-153.pdf](http://www.digicorpingegneria.com/digiweb/upload/en_home/clienti/archivio_di_accademia/dispense_prog_stradale_76-153.pdf)
- Dirección General de Carreteras (2016). *Instrucción de Carreteras Norma 3.1-IC*. Madrid, España.
- Dirección Nacional de Vialidad (DNV) (2010). *Normas y recomendaciones de diseño geométrico y seguridad vial DNV-2010*. Buenos Aires, Argentina.
- Dušan, S., Milorad, J., Milorad, Z. y Bogdan, S. (2015). Impact of vehicle movement simulation on the size of forest road traveled way widening in small radius curves. *Glasnik Sumarskog fakulteta*, (suppl), 131-140.
- Erkert, T.W. (1989). A method for determining offtracking of multiple unit vehicle combinations. *Journal of Forest Engineering*, 1(1), 9-16.
- Food and Agriculture Organization of the United Nations (FAO) (1990). *Watershed management field manual*. Roma.
- Forest Owners Association (2011). *New Zealand forest road engineering manual*. Nueva Zelanda.
- Forest Service Department of Agriculture (2014). *Forest Service Handbook National Headquarters*. Washington, D.C.
- FPIinnovations (2015). *Standardizing the design of approach alignment to bridges on forestry roads in British Columbia: review and analysis*. British Columbia, Canadá.
- Glausz, W.D. y Harwood, D.W. (1991). *Superelevation and body roll effects on offtracking of large trucks*. Washington, D.C.:

- National Research Council. Recuperado de <http://onlinepubs.trb.org/Onlinepubs/trr/1991/1303/1303-001.pdf>
- Harwood, D.W., Torbic, D.J., Richard, K.R., Glauz, W.D. y Elefteriadou, L. (2003). *Review of truck characteristics as factors in roadway design*. Washington, D.C.: Transportation Research Board.
- Hürter, S., Götz, S. y Heinz, B. (2014). Comparison of simulated and real tractrix of agricultural machines. *Landtechnik*, 69(1), 25-29.
- Instituto Nacional de Vías (Invías) (2008). *Manual de diseño geométrico de carreteras*. Bogotá.
- Ministerio de Obras Públicas y Comunicaciones (2011). *Manual de carreteras de Paraguay*. Paraguay.
- Ministerio de Transporte y Obras Públicas del Ecuador (2013). *Norma para estudios y diseños viales NEVI-12. Vols. 2-Libro A*. Quito, Ecuador: Secretaría de Infraestructura del Transporte.
- Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti (2001). *Norme funzionali e geometriche per la costruzione delle strade*. Roma, Italia.
- Ncolosi, V. (2010). *Caratteristiche dei veicoli*. Università degli Studi di Roma "Tor Vergata". Recuperado de [http://www.uniroma2.it/didattica/PSFEA/deposito/SLIDES-Meccanica\\_Locomozione.pdf](http://www.uniroma2.it/didattica/PSFEA/deposito/SLIDES-Meccanica_Locomozione.pdf)
- Prince, G.E. y Dubois, S.P. (2008). *Mathematical models for motion of the rear ends of vehicles*. Bundoora, Victoria, Australia: La Trobe University. Recuperado de <https://pdfs.semanticscholar.org/d43c/25bc54dbeafe9f9b847d9d2970ef2fed3040.pdf>
- Ritzen, P., Roebroek, E., Wouw, N.V., Jiang, Z.-P. y Nijmeijer, H. (4 de julio de 2016). Trailer steering control of a tractor-trailer robot. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 24, 1240-1252.
- Sayers, M.W. (1986). Vehicle offtracking models. En *Symposium on Geometric Design for Large Trucks*. Washington: Transportation Research Record.
- Secretaría de Comunicaciones y Transportes (2016). *Manual de proyecto geométrico de carreteras*. México.
- Secretaría de Integración Económica Centroamericana (SIECA) (2004). *Manual centroamericano de normas para el diseño geométrico de las carreteras regionales*. 2a. ed. Guatemala: Agencia de los Estados Unidos para el Desarrollo Internacional.
- Service d'Études techniques des routes et autoroutes (2006). *Comprendre les principaux paramètres de conception géométrique des routes*. Francia: Ministère des Transports de l'Équipement du Tourisme et de la Mer.
- Stryker, E.A. (1977). *Gradeability of log trucks*. [Tesis de maestría]. OSU Oregon State University. Recuperado de <https://ir.library.oregonstate.edu/xmlui/handle/1957/11456>
- Transoft Solutions (2017). *Formules de giration*. Recuperado de <http://www.autoturn.ch/giration/index.html>
- Transportation Association of Canada (1997). *Design vehicle dimensions for use in geometric design*. Ottawa.
- Western Highway Institute (WHI) (1970). *Offtracking characteristics of trucks and truck combinations*. San Francisco.
- Woodrooffe, J.H.F. (1981). *A performance evaluation of a long load steering tri-axle dolly on the Alaska highway*. Ottawa: National Research Council Canada.