

CONTROL DE POSICIÓN DE UN SISTEMA HIDRÁULICO MEDIANTE UN CONTROLADOR PID DIGITAL

Metodología Teórico Experimental

Dora Marcela Martínez Camargo*
Danilo Rairan Antolines* *

1. Introducción

El sistema hidráulico objeto de estudio está constituido por una válvula distribuidora 4/3 vías como elemento final de control, una unidad lineal de 0.2 metros de carrera como elemento a ser regulado, y un sensor de desplazamiento como elemento de realimentación. En la primera parte del artículo se presenta el modelamiento de la planta a través de una metodología teórico – experimental. Posteriormente se diseña cada parte del controlador PID (Proporcional, Integral y Derivativo), especificando su sintonización mediante la aplicación del boque NCD para control no lineal presentado por MatLab. La implementación es desarrollada con la ayuda del software y hardware de adquisición y tratamiento de datos (Lab-View); finalmente, y a manera de conclusiones, se presentan algunas notas de los autores que plantean recomendaciones generales y de mejoramiento para el modelamiento de plantas hidráulicas y el diseño de controladores PID digitales.

Palabras Claves

Control Digital
Servohidráulica
Sintonización PID Digital
Control en Tiempo Real

2. Modelamiento de la planta

El procedimiento utilizado para el desarrollo del modelo consistió en someter al sistema a un conjunto de entradas conocidas y, a partir de las leyes fundamentales que

* *Ingeniera Electricista de la Universidad Nacional con estudios de Maestría en Automatización Industrial. Profesora tiempo completo de la Universidad Distrital F.J.C., adscrita a la Facultad Tecnológica.*

** *Ingeniero Electricista de la Universidad Nacional, Magíster en Automatización Industrial. Profesor tiempo completo de la Universidad Distrital F.J.C., adscrito a la Facultad Tecnológica. Investigador en Levitación Magnética.*

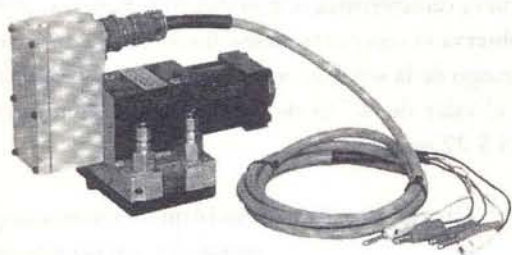


Figura 1. Válvula Distribuidora 4/3 vías

gobiernan el flujo de los líquidos, analizar las salidas, derivando de la relación entrada/salida cada parte del modelo. El sistema consiste principalmente en una válvula de carretes deslizantes o distribuidora proporcional 4/3 vías como elemento final de control (ver Figura 1); además, una unidad lineal de 200 mm. de carrera como elemento del sistema regulado y un sensor de posición como elemento de realimentación (Figura 2); finalmente, una unidad abastecedora de energía, filtro de presión, válvula reguladora de presión y manómetros. El montaje detallado del sistema se observa en la Figura 3.

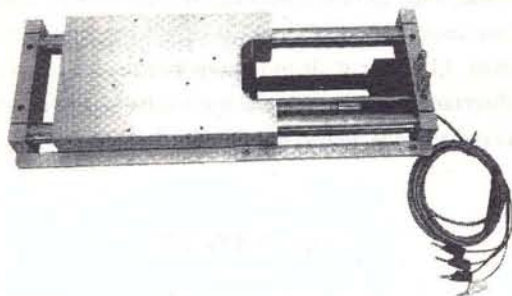


Figura 2. Unidad Lineal 0.2m. de Carrera

• Válvula

El modelo mostrado en la Figura 4, conformado inicialmente por un generador que da la señal de entrada, $e(t)$, que oscila entre 10V y -10V, y un

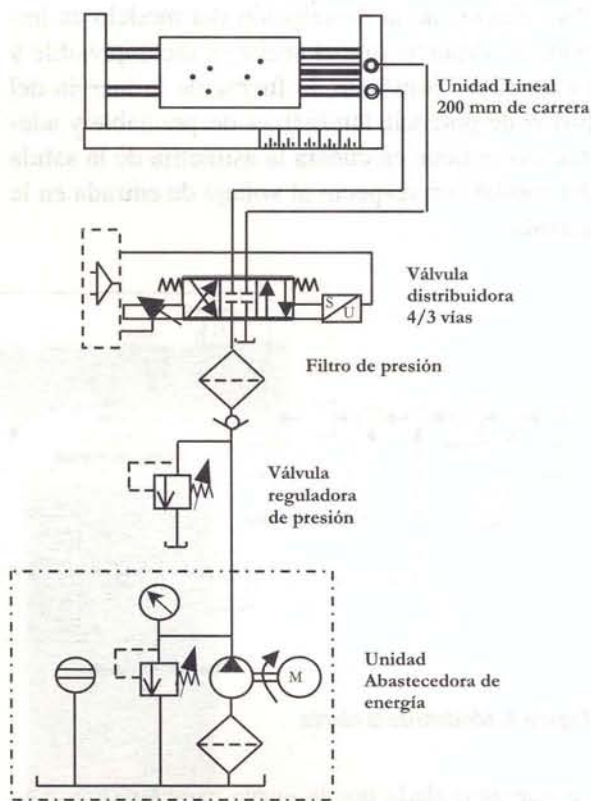


Figura 3. Montaje del Sistema Hidráulico

offset de -0.3 V, correspondiente al cero hidráulico, necesario dado que el contenido hidráulico presente en las cámaras de la unidad lineal produce un desplazamiento de la corredera, aún cuando la señal de entrada a la válvula es cero.

El émbolo de la válvula es controlado en su posición y es accionado por un motor lineal eléctrico, el cual puede ejercer fuerza en ambos sentidos¹. En estado sin tensión, éste se halla en posición media, es decir, todos los bordes de control se encuentran cerrados. La válvula admite fluido hidráulico bajo presión en un cilindro de potencia que tiene un pistón, de modo que se ejerce una gran fuerza hidráulica para desplazar la corredera de la unidad lineal.

¹ Válvula Hidráulica de bucle cerrado Manual de trabajo TP-511 Válvula proporcional 4/3 vías ref. 158351

Para efectos de la descripción del modelo es importante destacar que el aceite es incompresible y su densidad constante, la fuerza de la inercia del pistón de potencia también es despreciable y además no se tiene en cuenta la asimetría de la salida del caudal con respecto al voltaje de entrada en la válvula.

La curva característica se muestra en la Figura 5; en ella se observa el comportamiento lineal en la mayor parte del rango de la señal de entrada, dando como resultado que el valor de “ K_v ” es de 0.3162 l/m*V y en sistema MKS 5.27 m³/s*V.

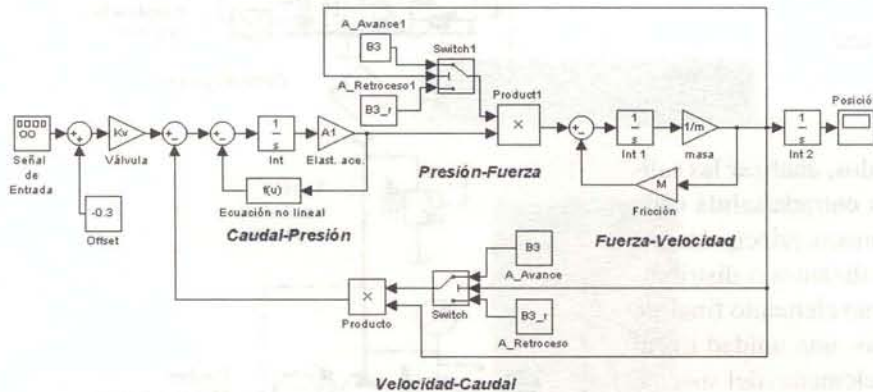


Figura 4. Modelo de la planta

La ganancia dada por la curva característica caudal/señal de la válvula distribuidora esta representada por (1):

$$q_N = K_v * e(t) \quad (1)$$

donde “ q_N ” es el caudal nominal y “ K_v ” es la ganancia de la válvula calculada experimentalmente.

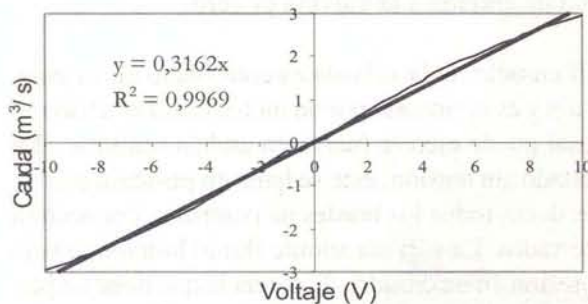


Figura 5. Curva Característica Experimental

• **Caudal Presión:** el caudal que determina la operación del sistema está definido por la ecuación de continuidad (4)², que consta de tres componentes; el primero de ellos es el flujo a través de la válvula (1), conocido como caudal nominal; el segundo componente es debido a la diferencia de presiones que ocasiona un caudal de fuga en los bordes de control (2)³.

$$Q_p = q_N * \sqrt{(P / P_N)} \quad (2)$$

donde “ Q_p ” es el caudal de fugas, “ P ” la diferencia de presiones en los bordes de control y “ P_N ” la presión nominal; este último componente hace que el sistema sea no lineal, dificultando el desarrollo matemático del control. El tercer y último componente está relacionado directamente con el caudal aprovechado para impulsar la corredera de la unidad lineal y está definida por (3).

$$q_v = A * v \quad (3)$$

donde “ q_v ” es el componente de caudal dado por la relación que existe entre la velocidad de desplazamiento de la corredera y las áreas de acción. Aquí es necesario destacar que el área de avance es mayor que el área efectiva de contacto en el retroceso debido a la presencia del émbolo, por lo cual se tiene un área de avance de 201 mm², y de retroceso de 122.6 mm².

2 Como lo demuestra el profesor Eugenio Valencia Leonardo en el artículo “La Función de Transferencia de las Transmisiones Hidráulicas”. En: Regulación y mando automático XVI. 1982

3 Ibid; conocida como caudal de fuga

El caudal queda definido por (1), (2) y (3), así:

$$q = K_v * e(t) \cdot q_N * \sqrt{(P / P_n) - A * v} \quad (4)$$

La ecuación de elasticidad, (5), determina la presión que ejerce el aceite:

$$P = f((2 * E_{oil} / V_{oil}) * q * dt) \quad (5)$$

donde “ E_{oil} ” es el módulo de elasticidad del aceite o módulo de compresión⁴, aproximadamente de $1.2 \times 10^5 \text{ N/cm}^2$, y “ V_{oil} ” es el volumen del aceite hidráulico, de 1.2 cm^3 .

- **Presión – Fuerza:** a través de la transferencia de presión se logra una Fuerza proporcional al área efectiva de contacto con el fluido hidráulico, (6).

$$F_p = A * p \quad (6)$$

donde “ A ” toma dos valores, dependiendo si es avance o retroceso, como se mencionó anteriormente.

- **Fuerza – Velocidad:** la segunda ley de Newton genera la fuerza presente en (7), que produce la aceleración de la corredera en la unidad lineal. A través de las ecuaciones de movimiento (9) se obtiene la posición que es la señal de salida de todo el sistema, y la señal que se quiere controlar.

$$a = 1 / m * F_a \quad (7)$$

donde “ a ” es la aceleración de la corredera, “ m ” la masa que va a ser transportada por la unidad lineal y “ F_a ” la fuerza neta que genera el movimiento; esta fuerza tiene dos componentes: uno representado por la fuerza hidráulica (6) y otro relacionada con la fuerza de fricción de la corredera (8).

$$F_R = \mu * v \quad (8)$$

donde “ μ ” es el coeficiente de rozamiento, “ v ” la velocidad de desplazamiento de la corredera y “ F_R ” la fuerza de fricción que le resta efecto a la fuerza hidráulica.

$$v = \frac{dx}{dt} \quad a = \frac{dv}{dt} \quad (9)$$

• **Sensor de Posición**

Finalmente el elemento de realimentación, esto es, el sensor de desplazamiento presente en la Figura 11, está modelado por una ganancia de 50 V/m que fue calculada experimentalmente. La Figura 6 muestra el cálculo de esta ganancia.

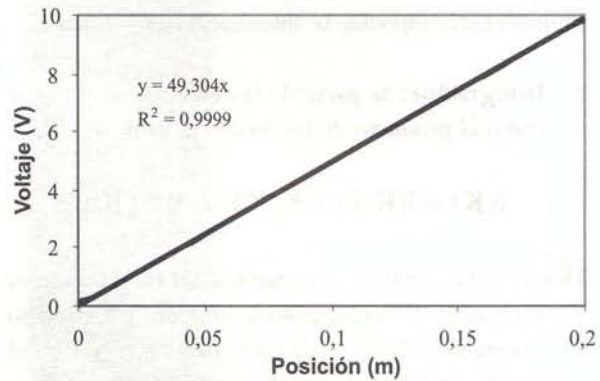


Figura 6. Curva Característica del Sensor

3. Simulación del controlador PID digital

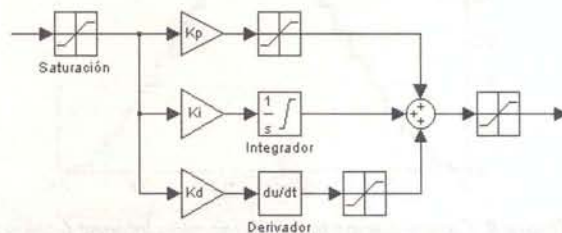


Figura 7. Controlador PID Analógico

Para la simulación del controlador PID se recurrió, en primera instancia, a la utilización de un PID análogo. Luego se probó uno discreto, y finalmente se adicionaron elementos que hacen que el controlador mejore su rendimiento. La construcción convencional de un PID análogo se presenta en la Figura 7, en la cual se enfatiza la presencia de las saturaciones debidas al comportamiento físico de los amplificadores operacionales con que es construido.

La selección del tiempo de muestreo "T" se realizó experimentalmente; en este caso se asumió un tiempo igual a 1/50 de segundo, considerando que al tomar tiempos de muestreo inferiores el ruido generado en el cálculo de la derivada hacía imposible la sintonización del sistema.

- **Integrador:** Se parte de la definición de integral como el producto de las sumas de Reaman (10)⁵.

$$I(K) = I(K-1) + K_i * T * e(K) \quad (10)$$

Donde "e(K)" representa la entrada del controlador, es decir, el error; "K_i" es la ganancia integral; "T" es tiempo de muestreo e "I(K)" es el valor de la integral en el instante K. Aplicando la transformada Z⁶ se tiene:

$$I(Z) = Z^{-1} [I(Z) + I(-1) * Z] + K_i * T * E(Z) \quad (11.a)$$

si $I(-1) = 0$

$$\frac{I(Z)}{E(Z)} = K_i * T \frac{Z}{Z-1} \quad (11.b)$$

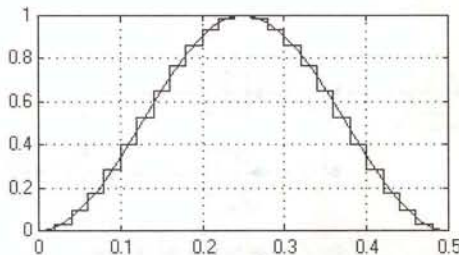


Figura 8. Comprobación Integral Discreta - Integral Análoga, T=1/50

En la Figura 8 se muestra la aplicación de esta integral; se compara en ella el resultado de la aplicación de una integral análoga con la de una discreta si K_i=1 y T=1/50. La señal de entrada corresponde a

$$F(t) = 2\pi * \text{Seno}(2\pi * t)$$

- **Derivador discreto:** debido a que la señal de posición del sistema presenta ruido, fue indispensable aplicar un filtro de primer orden y de esta manera evitar la influencia de este sobre el derivador. La configuración básica se da en la Figura 9.

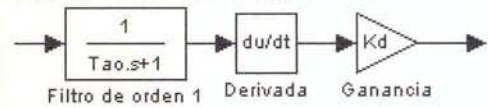


Figura 9. Derivador Análogo con Filtro de Primer Orden a la Entrada

La construcción física de este filtro, junto con el derivador, llevó a que se hicieran algunas reformas al esquema básico (12), de manera que la función de transferencia resultante fue⁷:

$$\frac{Xdot_a(S)}{X(S)} = \frac{S(I/N)*K}{S \left(\frac{I}{\Upsilon N} \right) + 1} \quad (12)$$

donde "Xdot_a" corresponde a la salida del derivador, el subíndice "a" expresa el hecho de que esta derivada es aproximada, "X" representa la señal de entrada del derivador, en este caso es el error resultante de la comparación entre la variable de referencia y la señal del sensor, "Υ" y "N" son constantes que definen la frecuencia de corte del filtro de primer orden, y "Kd" es representado por el cociente entre K/ N.

La realización del derivador digital (13), hace indispensable pasar (12) a términos de la transformada Z, para finalmente determinar la ecuación de diferencias correspondiente (14).

5 Benjamín C. Kuo. *Sistemas de Control Digital*. CECSA. Pg. 424

6 Chen. *Control System Design*. Saunders College Publishing. Pg 490

$$Z\left\{\frac{H(S)}{S}\right\} = \frac{K * \gamma}{S + (\gamma * N)} = K * \gamma \left\{ \frac{Z}{Z - \epsilon^{\gamma NT}} \right\} \quad (13.a)$$

$$Z\{H(S)\} = K * \gamma \left\{ \frac{Z}{Z - \epsilon^{\gamma NT}} \right\} * \left\{ \frac{Z-1}{Z} \right\} \quad (13.b)$$

$$\frac{Xdot_a(Z)}{X(Z)} = \frac{K * \gamma (Z-1)}{Z - \epsilon^{\gamma NT}} \quad (13.c)$$

$$Xdot_a(Z) * (Z - \epsilon^{\gamma NT}) = X(Z) * X(Z) * (K * \gamma (Z-1)) \quad (14.a)$$

$$Xdot_a = Xdot_a * \epsilon^{-\gamma NT} * Z^1 + X * K * \gamma - X * K * \gamma * (Z^1) \quad (14.b)$$

$$Xdot_a(K) = Xdot_a(K-1) * \epsilon^{-\gamma NT} + X(K) * K * \gamma - X(K-1) * K * \gamma \quad (14.c)$$

El resultado de la implementación de este algoritmo sobre una señal de prueba es mostrado en la Figura 10.

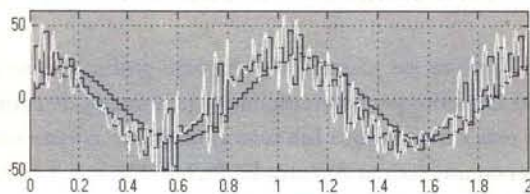


Figura 10. Derivador Aproximado, N=10, K=10, Y=1, T=1/50

- **Filtro para el sensor de posición:** fue indispensable el uso de un filtro para la señal de posición debido a que el sensor utilizado posee ruido superior al admisible para el tipo de control. La discretización se muestra a continuación:

$$\frac{Out(S)}{In(S)} = \frac{a}{S + a} \quad (15.a)$$

$$Z\left\{\frac{H(S)}{S}\right\} = Z\left\{\frac{1}{S} - \frac{1}{s+a}\right\} \quad (15.b)$$

$$H(Z) = \frac{1 - \epsilon^{-aT}}{Z - \epsilon^{-aT}} \quad (15.c)$$

donde "1/a" es la constante de tiempo del filtro, asignado en este caso como 1/25 s, conforme a la experimentación que se hizo con el mismo, quedando así definida la ecuación de diferencias (16) del filtro.

$$Out(K) = out(K-1) * \epsilon^{-aT} + in(K) * \epsilon^{-aT} \quad (16)$$

De esta manera queda configurado el controlador PID discreto en su totalidad, como se muestra en la Figura 11.

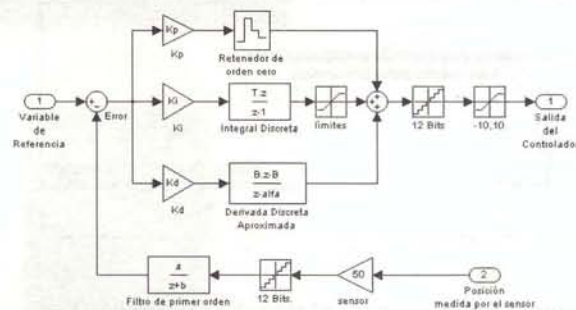


Figura 11. PID digital. Resolución de salida de 12 bits, tiempo de actualización 1/50 S. Filtro de entrada con frecuencia de corte en 25 R/S. Derivador aproximado

4. Sintonización del Sistema Utilizando MatLab

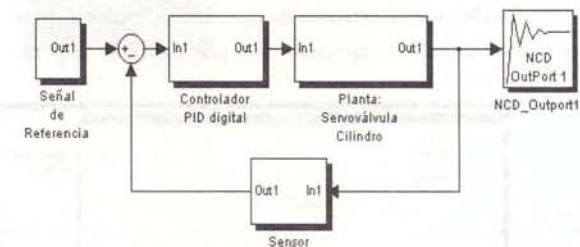


Figura 12. Esquema de control

La configuración de todo el sistema controlado se muestra en la Figura 12. El propósito de este circuito es hacer simulación para obtener el valor óptimo de las ganancias

del controlador; en este caso se utilizó el módulo NCD, de control no lineal, disponible en MatLab.

Los valores iniciales para la simulación del sistema se consiguieron experimentalmente. Las constantes resultantes fueron: $K_p=1$, $K_d=0.01$, y $K_i=1$. La respuesta del sistema con este conjunto de ganancias en comparación con el tomado como óptimo ($K_p=3.3$, $K_d=1.4$, $K_i=0.76$) se presenta en la Figura 13.

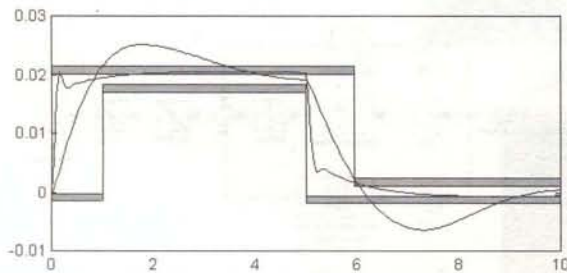


Figura 13. Sintonización utilizando bloque de control no lineal NCD en Mat-Lab

En estas curvas se puede apreciar la diferencia en la respuesta cuando la corredera de la unidad lineal va en avance y cuando va en retroceso. Como se observa en el modelo, esto se debe a que las áreas y las presiones son diferentes en el avance del cilindro y en su retroceso.

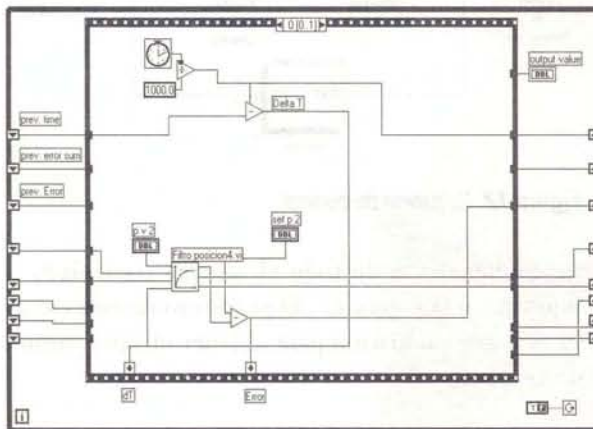
El diseño de la forma de salida fue definido en función de las condiciones normales de operación, es decir, pensando en sus futuras aplicaciones, por ejemplo la gene-

ración de movimiento para mecanizado en una mesa XY. Así, puede afirmarse que es muy importante que no exista ningún sobrepico, porque esto indicaría que la herramienta tomaría más material del que debería, dañando así la probeta sobre la cual se realice el trabajo. Es importante que tanto en movimientos de avance como de retroceso se cumplan estas condiciones; por esto se simulan los dos comportamientos. Además, el error de estado estacionario debe ser cero, es decir, debe llegar en algún momento a la posición especificada. La última condición que debe ser cumplida es que el tiempo de respuesta sea lo más pequeño posible, aunque no sea este el primer requisito.

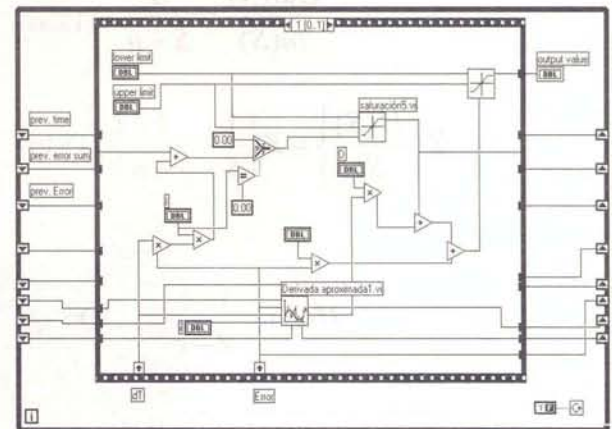
5. Implementación del Controlador en Lab-View

Lab View es un paquete de lenguaje gráfico diseñado especialmente para adquisición y tratamiento de datos; por esta característica fue seleccionado. Se cuenta además con una tarjeta de entradas PCI 6023E con 8 entradas diferenciales a una velocidad máxima de muestreo de 1MHz, y una tarjeta de salidas analógicas PCI 6711 que cuenta con 4 salidas diferenciales a 250 KHz de muestreo máximo.

La programación se constituye en la aplicación gráfica de las ecuaciones de diferencias mostradas en (10), (14.c) y (16). Sus resultados se observan en las Figuras 14a, 14b, 14c y 14d.



a)



b)

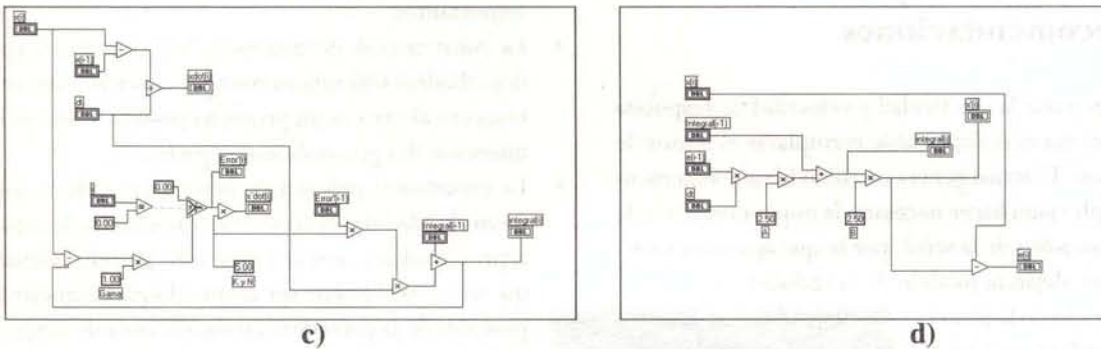
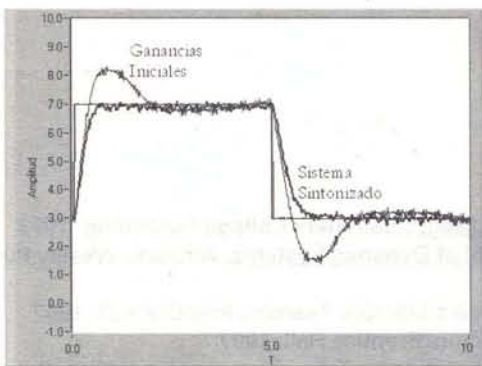


Figura 14. Esquema de Programación en LabView. a) Contabilización del periodo de muestreo; aplicación del filtro de posición; b) Algoritmo PID digital; c) Derivada aproximada; d) Filtro de posición de primer orden

6. Resultados

La prueba de sintonización para el controlador se hizo utilizando una onda cuadrada entre 3 y 7 Voltios, correspondientes a cambios de posición entre 6 y 14 cms; estas condiciones son consideradas como unas de las más difíciles que puede asumir el sistema. Si éste responde a tales señales paso unitario, con toda seguridad podrá hacer el seguimiento de cualquier tipo de señal, paso unitario, de frecuencias menores al tiempo de respuesta obtenido finalmente.

ción experimental partió del juego de ganancias tomadas en la simulación en Matlab; a partir de allí se probó la sensibilidad de la salida con respecto a las variaciones de K_p , obteniendo como resultado valores aceptables entre 1 y 2.5. Luego se varió la ganancia diferencial hasta lograr un tiempo de respuesta adecuado, el cual se presentó cuando K_d fue 0.1, y finalmente se varió K_i para mejorar el tiempo de estabilización de la señal y el sobrepico de la misma; experimentalmente esto se obtuvo cuando K_i fue 0.05.



El esfuerzo del control se ve representado en la Figura 16, en la cual se nota el tiempo que debe estar actuando el controlador hasta estabilizar la señal, así como el valor pico del impulso que se presenta cuando se exige un cambio brusco en la señal de referencia. Se puede notar que en ninguno de los casos se llega a la saturación de la válvula, la cual es de 10V y -10V.

Figura 15. Señal de Posición Experimental del Sistema Controlado Comparación entre dos Tipos de Respuesta

La respuesta visualizada en la interfaz gráfica de Labview es mostrada en la Figura 15; en ella se puede apreciar la efectividad de la sintonización experimental del controlador digital, comprobando así que se cumplen las especificaciones de la señal de salida, es decir, error de estado estacionario cero y sobrepico igual a cero. La sintoniza-

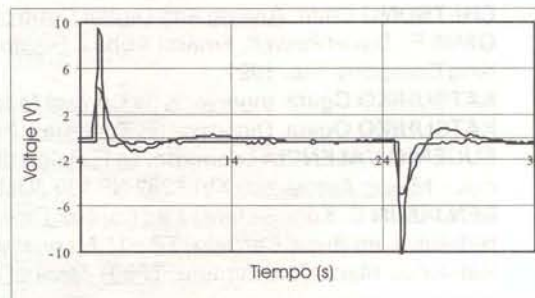


Figura 16. Comparación entre las Salidas del Controlador para el Sistema Sintonizado y sin Sintonizar. a) Señal Sintonizada: Rápida y sin Oscilaciones, b) Señal sin Sintonizar: Lenta y con Oscilaciones

7. Conclusiones y Recomendaciones

- Para mejorar la efectividad y velocidad de respuesta del sistema es indispensable reemplazar el sensor de posición. El actual genera un ruido lo suficientemente amplio para hacer necesaria la implementación de un filtro antes de la señal, por lo que aparecen retardos que alejan el modelo de la realidad
- El modelo de la planta es difícil de obtener, debido a la dificultad para medir algunos parámetros del sistema como son el coeficiente de elasticidad del aceite, o el mismo caudal en condiciones de operación. También sería muy complicado considerar en el modelo todas las variables que realmente actúan en el cilindro, como la banda muerta debida a la fricción estática, la asimetría de la salida de caudal con respecto al voltaje de entrada en la válvula, y las variaciones en la densidad del aceite debidas al cambio de temperatura de operación, entre otros. Esto hace que las metodologías de aproximación y estimación de plantas que se puedan generar en el futuro sean muy importantes
- La construcción de una mesa XY constituida por dos cilindros hidráulicos configurados a 90° uno con respecto al otro es un proyecto posible, como es la intención del grupo de investigación
- La experiencia práctica en laboratorio evidencia la insensibilidad del sistema ante cambios de la masa, representados como la carga; esto permite afirmar que el control puede ser empleado para manejar la posición de la corredera en condiciones de carga
- Es fundamental continuar estudiando otras alternativas de control de la posición del sistema, de manera que se tenga el criterio suficiente para escoger el más adecuado, dependiendo de las condiciones de operación. Algunas de estas estrategias comprenden control análogo PID, control análogo y digital en variables de estado y control difuso. Esta última estrategia sería particularmente útil teniendo en cuenta la dificultad mencionada en el modelamiento de la planta.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- **CHI-TSONG** Chen. Analog and Digital Control System Design. Saunders College Publishing. 1993
 - **GENE F.**, David Powell, Emami Abbas. Feedback Control of Dynamic Systems. Addison-Wesley Publishing Company, Inc. 1991.
 - **KATSUHIKO** Ogata. Ingeniería de Control Moderna. Tercera Edición. Pearson, Prentice Hall. 1987
 - **KATSUHIKO** Ogata. Dinámica de Sistemas. Primera Edición. Prentice Hall. 1997
 - **EUGENIO VALENCIA** Leonardo. La Función de Transferencia de las Transmisiones Hidráulicas, Regulación y Mando Automático XVI 1982 N° 120 JULIO AGOSTO. PÁGINAS 79-88
 - **BENJAMÍN C.** Kuo. Sistemas de Control Digital. CECSA. 1995
 - Hidráulica en Bucle Cerrado. TP-511 Manual de Trabajo. Festo Didactic. 1995
 - Hidráulica Manual de Estudio. TP501 Manual de Estudio. Festo Didactic. 1989.
-