GÓNDOLA

ISSN 2145-4981
Vol. 5 No. 1 Agosto 2010 Pp 11-26

UN SOFTWARE COMO COMPLEMENTO PARA EL ANÁLISIS DE LA PRACTICA EXPERIMENTAL DEL PÉNDULO

A SOFTWARE AS COMPLEMENT FOR THE ANALYSIS OF PENDULUM EXPERIMENTAL PRACTICE

Diego F. Vizcaíno Arévalo
diegoviz@fc.unesp.br
Olga L. Castiblanco Abril
ocastiblanco@fc.unesp.br
Doutorandos do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência.
Universidade Estadual Paulista UNESP. Bauru SP Brasil.

RESUMEN

En este trabajo se muestra un modo de aplicar el software "Geogebra" como elemento que permite ampliar y sacar mayor provecho de resultados obtenidos en prácticas experimentales, para este caso sobre el estudio del péndulo simple con extensión al péndulo doble. El objetivo principal es aprovechar las inquietudes y conocimientos generados en la actividad experimental para generar en los estudiantes otras posibilidades de análisis del fenómeno. Este es un material pensado para ofrecer al(a) docente modos alternativos de tratar los conceptos de la Física con el fin de desarrollar procesos de pensamiento en sus estudiantes por medio de la reflexión, el debate, el análisis y el planteamiento de posibles proyectos de investigación.

Palabras clave: *Geogebra, péndulo, enseñanza de la Física, Software educativo.*

ABSTRACT

This work shows a way to apply the software "Geogebra" as an element that allows to expand and take advantage of results obtained in experimental practices, for this case on the study of the simple pendulum with extension to the double pendulum. The main objective is to work on ideas and knowledge generated in the experimental activity to produce in the student's other possibilities of analysis of the phenomenon. This is a material designed to offer the teacher alternative ways of dealing with the concepts of physics in order to develop thought processes in their students through reflection, debate, analysis and the possible project research proposals.

Keywords: *Geogebra, pendulum, physics teaching, educational software.*

RECIBIDO: 03/05/2010, APROBADO: 06/07/2010

Introducción.

Se presenta en primer lugar una caracterización del péndulo simple resaltando las variables, constantes y parámetros ya que consideramos este aspecto indispensable para dar apropiado uso al software, pues para ello se requiere comprender el sentido físico de las ecuaciones que describen el movimiento. Este ejercicio permite proponer algunas preguntas que buscan orientar debates y temas a ser analizados en profundidad antes, durante y después de usar el software e incluso antes de llevar a cabo la experimentación en el laboratorio , con el fin de ganar en claridad y comprensión en ls formas de explicar el fenómeno. En la parte fina se presentan algunos ejercicios de realización de graficas obtenidas con determinados parámetros, lo cual hace del Geogebra una herramienta que facilita el análisis del sistema.

Con relación al Geogebra, es importante decir que es un software desarrollado por Markus Hohenwarter em 2002, como parte de su Maestría en educación matemática y ciencias de la Computación en la Universidad de Salzburg. El *Geogebra "es un software interactivo de matemática que reúne dinámicamente geometría, álgebra y cálculo."* (Hohenwarter, 2009), donde la interactividad está mediada por el uso de las matemáticas de parte de profesores y estudiantes, ya que fue planeado para desarrollar actividades de enseñanza de cualquier conocimiento que implique el uso de ecuaciones, gráficas y análisis de datos, posibilitando la visualización gráfica, algebraica y de hoja de cálculo vinculadas dinámicamente.

Condiciones para usar el Geogebra en el estudio del péndulo.

Partimos de la idea expuesta por autores como Pozo y Gómez cuando muestran que es posible pasar del conocimiento cotidiano al conocimiento científico, trabajando en los estudiantes cambios epistemológicos, ontológicos y conceptuales sobre determinado fenómeno físico. Ellos afirman que;

> *"se assumirmos que as"concepções alternativas" são, de algum modo, o resultado do "senso comum", ou seja, do funcionamento do sistema cognitivo humano como produto biológico e cultural aplicado a prever e controlar os fenômenos científicos, mudar essas concepções requer(...) reformatar a mente dos alunos ou, pelo menos, incorporar um novo sistema operacional que seja compatível com os princípios nos quais se baseia o conhecimento cientifico" (Pozo, Gómez. 2009).*

De modo que partimos de determinar lo que podría ser ontológico, en el sentido de que puede ser observable directamente o medible en el sistema péndulo, así para un péndulo simple se tiene que;

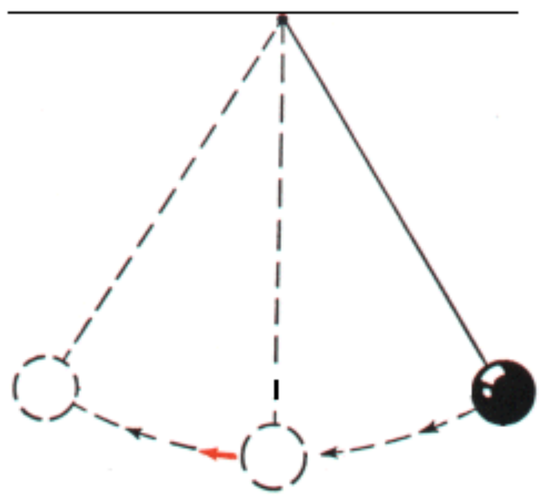


Figura 1. Péndulo simple

- Su estado de equilibrio es cuando está en la posición vertical.
- Para sacarlo del equilibrio es necesario cambiar la posición de la masa, al hacer que la cuerda tensa recorra un ángulo.
- Cuando la masa se suelta desde cualquier ángulo, describe una trayectoria curva que pasa por el estado de equilibrio hasta llegar al lado opuesto desde donde fue liberado y vuelve a la posición inicial para repetir el movimiento varias veces.

Sin embargo sobre estos hechos evidenciables es posible introducir preguntas que lleven a realizar observaciones más precisas y/o con nuevos criterios, preguntas como;

- ¿Qué factores hacen que la masa caiga describiendo esa curva cuando se suelta?
- ¿ Por qué cuando la masa cae no se queda en el punto de equilibrio inicial?
- ¿Qué hace que ese movimiento repetitivo acabe deteniéndose?
- ¿Qué influencia tiene en el comportamiento del péndulo, el valor del ángulo que recorre la masa?

En este nivel el(la) estudiante necesita del(la) docente para orientar el sentido de las preguntas y algunos modos de llegar a las respuestas trabajando sobre criterios de tipo epistemológico y conceptual, ya que deben ofrecerse nuevos elementos de "observación" y análisis de una situación que ya ha sido estudiada. Se requiere por ejemplo, que el estudiante tenga total claridad sobre los parámetros, constantes y variables que describen el sistema, hecho que parece obvio pero que en muchos casos se puede evidenciar que aunque los estudiantes presenten correctamente los informes de laboratorio, nunca consiguieron hacer tales diferenciaciones, al menos así lo concluyen autores como Barberá e Valdés 1996), al investigar sobre el trabajo practico en la enseñanza de las ciencias.

A continuación resaltamos entonces los parámetros y variables que serán tenidos en cuenta, pues ellos son los que van a permitir hacer un óptimo uso del software.

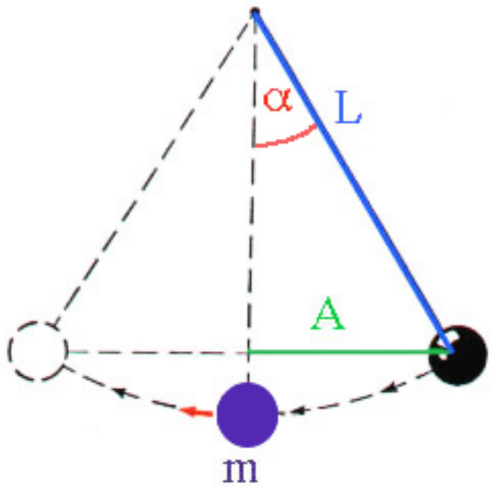


Figura 2. Parámetros do péndulo

Parámetros:
- Ángulo (***α***) recorrido por la cuerda.
-Amplitud (***A***) representada por la distancia horizontal desde la línea vertical de equilibrio hasta el punto de desequilibrio
- Longitud de la cuerda (***L***)
- Masa (***m***)

Variables:
-Posición (***y***), punto que va ocupando la masa en la trayectoria curva en relación al tiempo. -Tempo(***t***), que va utilizando la masa para cambiar de posición.
Constantes:
- Aceleración de la gravedad (***g***).

Una vez establecidos los factores a observar en el sistema péndulo, se requieren criterios de análisis del fenómeno. Proponemos entonces una secuencia de preguntas y el modo de tratar dichas preguntas para orientar debates, lecturas, y ejercicios que pueden permitir evolución en el tipo de explicaciones dadas tanto por estudiantes como por profesores.

- *¿Que tipo de movimiento es?*

La idea no es comenzar respondiendo a partir de las teorías establecidas por la ciencia, sino por lo que es observable a simple vista, de modo que si por ejemplo, se llega a que es un movimiento repetitivo, caben contrapreguntas sobre las condiciones, otros tipos de movimiento de esa naturaleza o relaciones con fenómenos oscilatorios.

- *¿Qué hace que la masa sobrepase el punto de equilibrio cuando es liberada?*

Este aunque es un hecho que se describe desde el sentido común, no es explicable desde el sentido común, lo cual lleva a tener que analizar lo que fue cambiando al sistema en equilibrio para sacarlo de ese estado con las consecuencias que ello tiene, posiblemente requiera la descripción del sistema por medio de la energía.

- *¿Se puede decir que la amplitud es la misma para todas las oscilaciones del movimiento?*

Una condición fundamental para experimentar y analizar los resultados es establecer si la observación es hecha en un sistema ideal o real, ya que se crea la necesidad de aumentar los niveles de abstracción, y la toma conciente de la decisión de estudiar el sistema real o ideal para efectos de practicidad u otros.

- *¿Cuándo la amplitud cambia por causa de la fricción, el tiempo empleado para cada oscilación es el mismo?*

La respuesta a esta pregunta también choca con el sentido común, que puede se enfrentada desde un adecuado análisis de la ecuación que describe el movimiento.

- *¿Qué cambia en el comportamiento del péndulo cuando se cambian los parámetros?*

Este análisis requiere establecer comparaciones entre varios sistemas péndulo, siendo el punto en que el uso del software permite sacar conclusiones rápidamente, claro está, después de haber desarrollado un proceso de profundización en el estudio del fenómeno, de modo que en este nivel ya resulte "fácil" decir que los parámetros que se van a cambiar en la ecuación a trabajar en el software son; longitud de la cuerda(***L***) y amplitud (***A***), sabiendo que la ecuación que describe el movimiento es del tipo;

(1) $$y = ACos(wt)$$

La cual expresa la relación entre dos variables, que para el caso serán (***y)***, y , (***t)***, donde (***y)*** representa la posición del péndulo en relación al tiempo, y, (***t)*** representa el tiempo que tarda el péndulo para ocupar determinada posición. Los parámetros son amplitud (***A)***, y, frecuencia angular (***w)***. Es necesario por ejemplo tener claridad en que la frecuencia angular puede ser interpretada como parámetro ya que está en dependencia de los radianes por segundo de un ciclo, lo cual está en dependencia de la longitud de la cuerda, tal como se deduce de las ecuaciones (2) e (3)

(2) $$w = \frac{2\pi}{T}$$

en donde la relación entre ***2π*** e y período (***T)***, está dada en términos de la longitud de la cuerda, como se muestra en la ecuación (3).

(3) $$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

(4) $$y = ACos\left(\sqrt{\frac{g}{L}}.t\right)$$

La ecuación (4) es el resultado de asociar las ecuaciones (1), (2) e (3), siendo ésta la que será utilizada para ingresar datos al programa Geogebra. . Es muy importante notar que en esta ecuación no interviene la masa (***m***) del péndulo y que obviamente la aceleración (***g)*** es una constante.

Comparaciones que pueden ser analizadas por medio de gráficos en el Geogebra:

Si en la ecuación (4) se tienen los valores ***A***=5, ***g***=10, ***L***=2 en la pantalla de entrada al programa se escribirá: y=5cos(sqrt(10/2)x).

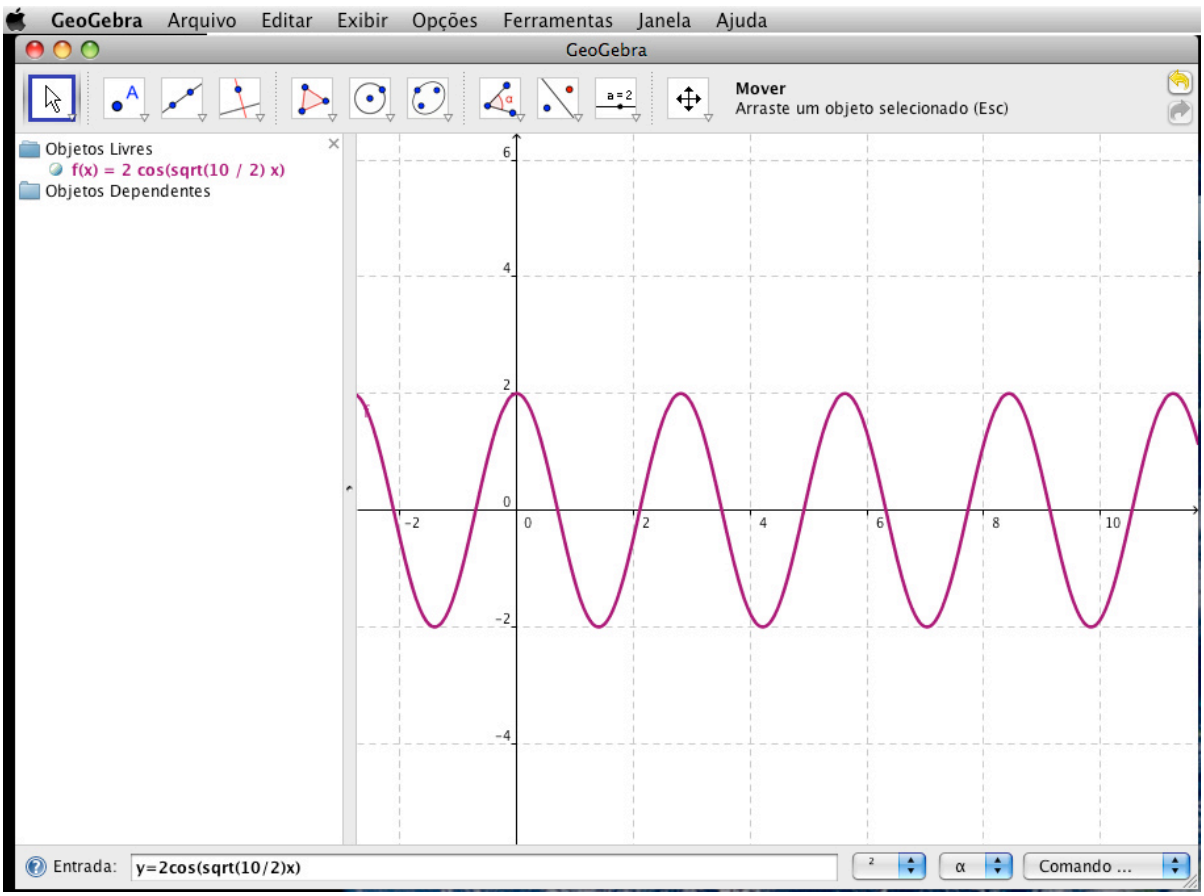
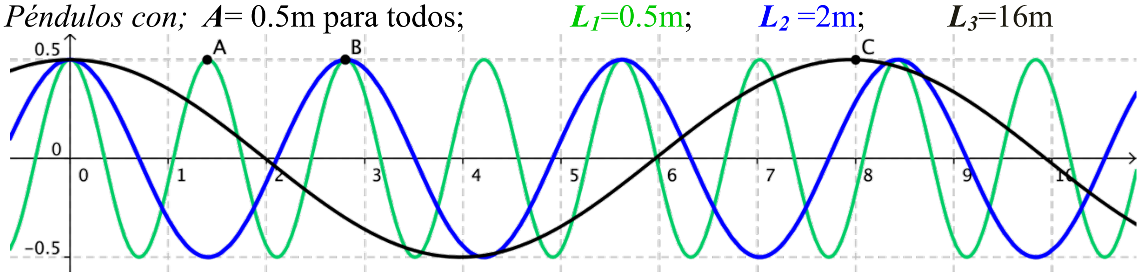


Figura 3. Ventana principal del Geogebra.

- *Péndulo liberado siempre desde el mismo ángulo, variando el lardo de la cuerda.*

Se necesita predecir si en la medida que va aumentando el largo de la cuerda, el tiempo que gasta el péndulo en ir y volver al mismo punto va aumentando también, para lo cual se pueden hacer ejercicios como los presentados a continuación, notando que las unidades de medida no se escriben en las ecuaciones por cuestiones de practicidad, y que la constante ***g*** será tomada como 10m/s^2

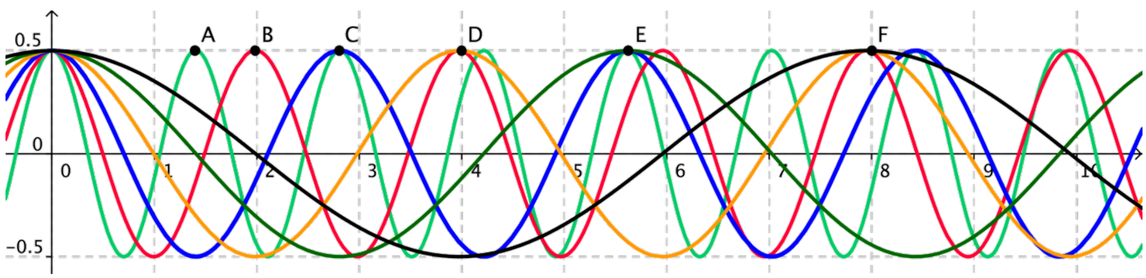
Péndulos con; ***A***= 0.5m para todos; L_1=0.5m; L_2 =2m; L_3=16m



Gráfica 1. Igual amplitud, diferente largo de la cuerda.

En el eje y se representa la Amplitud (***A***) razón por la cual todas las curvas suben hasta el punto 0.5 y bajan hasta el punto mínimo -0.5, marcando sucesivamente la posición del péndulo para el lado positivo y lado negativo con relación al punto de equilibrio. Los puntos marcados en la grafica como A, B y C muestran el tiempo que gastó el péndulo en ir y volver a la posición desde donde fue liberado, es decir, el tiempo de una oscilación que se denomina periodo de oscilación (***T***), indicando que cuando la cuerda se hace mas larga el periodo aumenta, sin embargo no se sabe en que proporción va aumentando (***T***) cuando aumenta (***L***), entonces aumentaremos los valores del largo de la cuerda siempre con el doble del valor anterior, así los valores de (***L***) serán; 0.5, 1, 2, 4, 8, 16, para intentar saber si el periodo de oscilación aumenta también en razón del doble del anterior. Las gráficas que se obtienen son;

A= 0.5m para todos;
L_1=0.5m; L_2 =1m; L_3=2m; L_4=4m; L_5=8m; L_6=16m

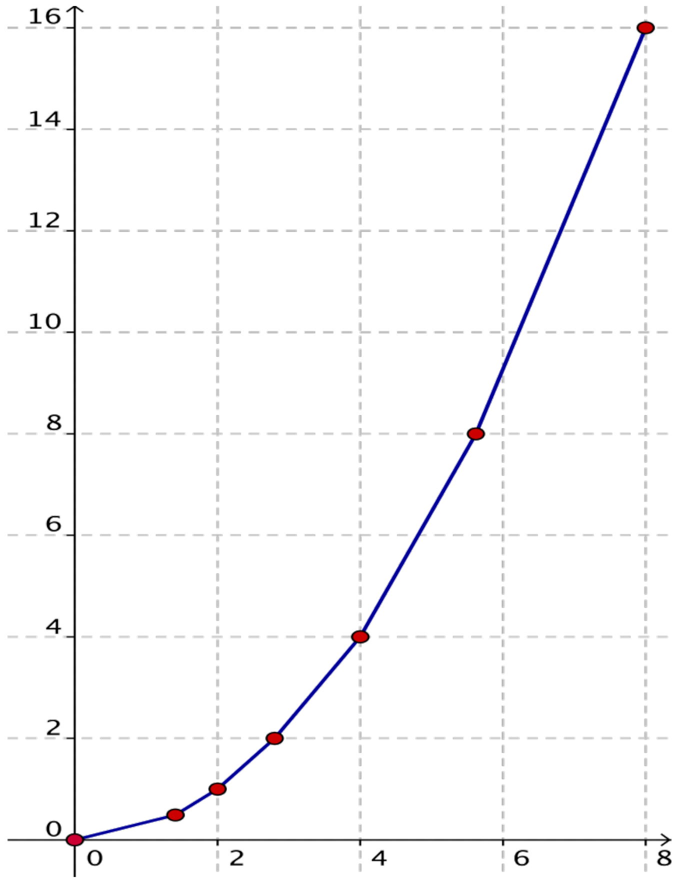


Gráfica 2. Igual amplitud, largo de la cuerda doblado cada vez.

Observando la gráfica el periodo (***T***) parece aumentar cada vez menos del doble, se requiere entonces representar esa relación del largo (***L)*** y periodo (***T)*** para sacar una conclusión mas acertada, graficaremos la tabla que se obtiene tomando en cuenta los datos que ofrecen los puntos A, B, C, D, E y F que corresponden al periodo de cada péndulo.

L(m)	0.5	1	2	4	8	16
T(s)	1.41	2	2.8	4	5.62	8

Tabla 2



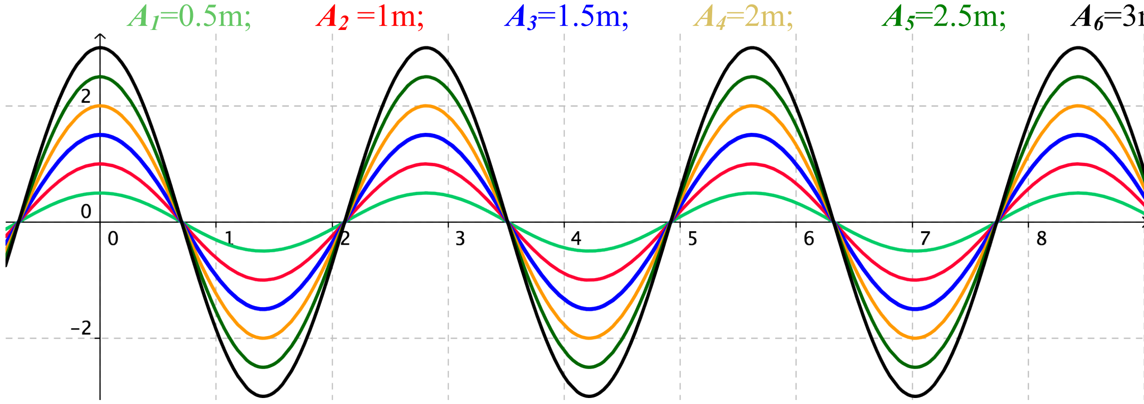
Gráfica 3. Relación largo de la cuerda en el eje *x*, y periodo en el eje *y*.

Es posible continuar profundizando para intentar deducir la ecuación que describe la gráfica y hacer el respectivo análisis.

- *Péndulo liberado desde un ángulo mayor, manteniendo constante el largo.*

L= 1m para todos;

A_1=0.5m; A_2 =1m; A_3=1.5m; A_4=2m; A_5=2.5m; A_6=3m



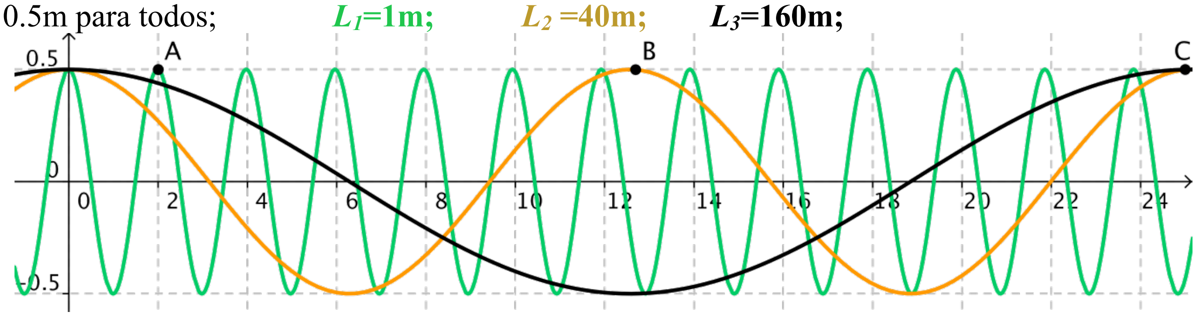
Gráfica 4. Largo de la cuerda igual, diferente amplitud.

Es fácil pensar que si la Amplitud (***A***) de la oscilación aumenta entonces aumentará también el tiempo en ir y volver, sin embargo la gráfica ofrece información que muestra un periodo (***T***) constante para todas las amplitudes. Aumentando las posibilidades de debate con estudiantes, pues para construir una explicación se requiere comprender la forma en que actúa la gravedad sobre el funcionamiento de la masa del péndulo, del mismo modo que implica profundizar en el estudio de la energía del sistema.

- *Péndulos con cuerdas muy pequeñas y muy grandes.*

Este tipo de preguntas son ventajas del uso del software, ya que son experimentos mentales que difícilmente podrán ser realizados pero que permiten al estudiante reforzar sus hipótesis y sacar conclusiones de sus raciocinios. Obsérvese por ejemplo las graficas correspondientes a los siguientes datos;

A= 0.5m para todos; **L_1=1m;** **L_2 =40m;** **L_3=160m;**



Gráfica 5. Amplitud igual, largo de la cuerda con gran diferencia.

Con el fin de reforzar conceptos, este tipo de ejercicio puede ser aprovechado para estudiar la relación frecuencia (***f***) y longitud de onda (***λ***), tanto como el comportamiento de la frecuencia (***f***) y la frecuencia angular (***w***) en un movimiento armónico simple, entre otros aspectos.

Predicciones que se pueden hacer a partir de las gráficas.

- *Qué tipo de gráfica se obtendrá si se suman las ecuaciones de los dos péndulos?, y que significa en un sistema físico?*

Físicamente se podría interpretar como la oscilación de un péndulo doble, cuya oscilación se puede describir como la suma aritmética de las amplitudes de cada oscilación, es decir la superposición de las dos, lo cual significa que aparecerán resultados con amplitudes aumentadas, disminuidas o anuladas. Además las posibilidades de combinación de los péndulos son muchas, llevando a establecer predicciones para poder decidir el tipo de datos que se van a introducir en las ecuaciones y el tipo de análisis apropiado para poder sacar conclusiones.

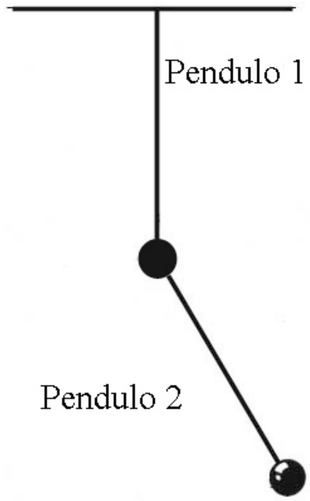


Figura 4. Sistema de un péndulo doble.

Se puede imaginar por ejemplo un sistema como el de la figura, donde los péndulos están acoplados en un plano vertical y con el mismo eje de oscilación, dando libertad al estudiante para probar otras posibilidades siempre y cuando se pueda guiar buscando siempre coherencia en sus raciocinios. Algorítmicamente se puede pensar que la ecuación que describe el sistema es la suma de la ecuación del péndulo 1 con la del péndulo 2, teniendo entonces que;

(5) $$y_1 = A_1 \, Cos(w_1 t)$$

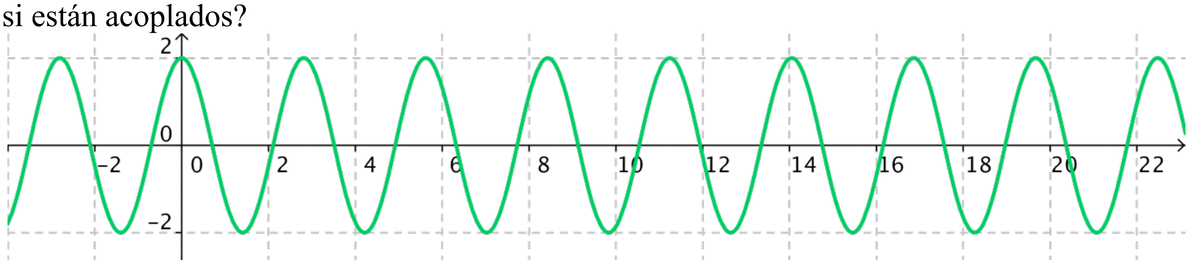
(6) $$y_2 = A_2 \, Cos(w_2 t)$$

(7) $$Y = A_1 \, Cos(w_1 t) + A_2 \, Cos(w_2 t)$$

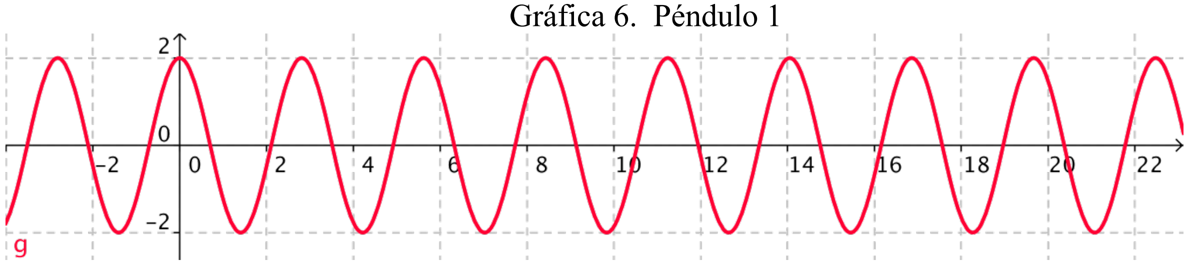
Siendo la ecuación (7) la llave de entrada al Geogebra.

- *Péndulo doble con igual largo de la cuerda y amplitud, liberados al mismo tiempo.*

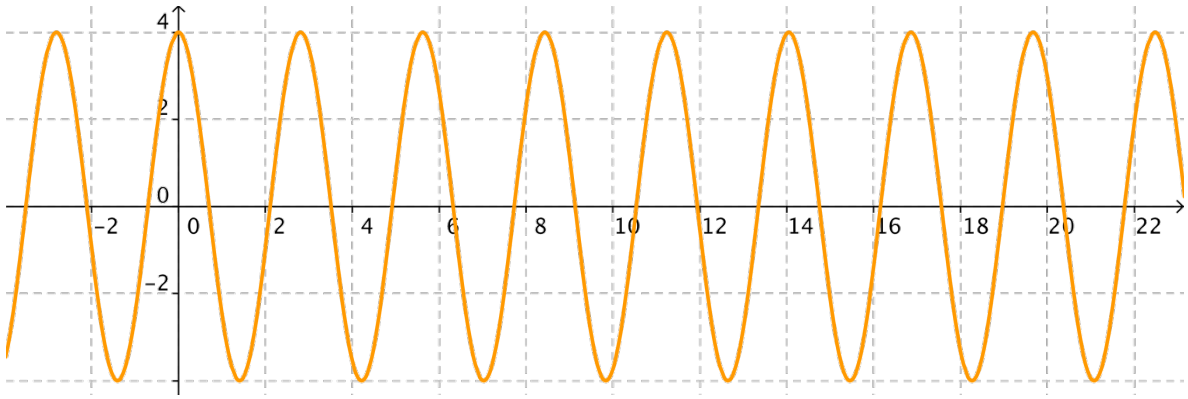
Se sabe que igual (***L***) e igual (***A***) dan oscilaciones iguales en péndulos diferentes, pero ¿que resulta si están acoplados?



Gráfica 6. Péndulo 1



Gráfica 7. Péndulo 2



Gráfica 8. Suma de péndulos 1 y 2

Se observa que el periodo (***T***) es igual al que tienen cada uno de los péndulos, pero la amplitud (***A***) es la suma de las dos, dando como resultado una nueva oscilación con amplitud ***A***=4. ¿Qué significa esto en el sistema físico?

- *Péndulo doble con igual largo de la cuerda y amplitud, liberados en diferente tiempo.*

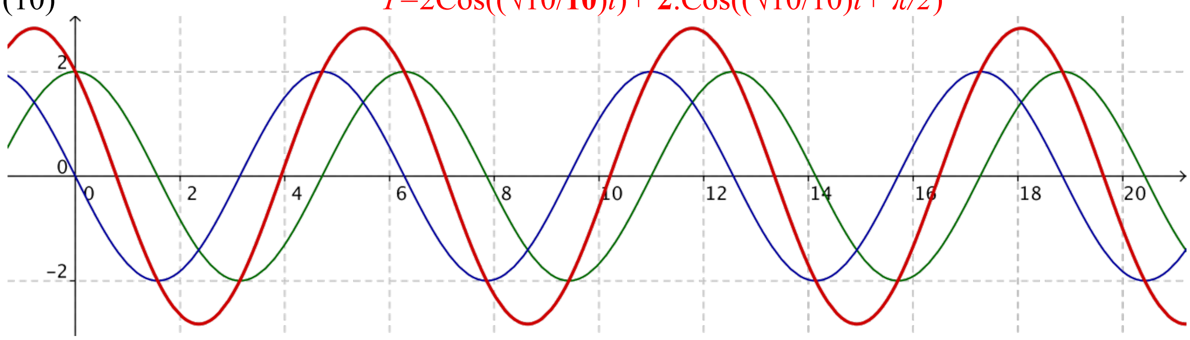
Para este caso fueron representadas tres situaciones:

Desfase $\pi/2$

(8) $y_1 = 2\text{Cos}((\sqrt{10}/\mathbf{10})t)$

(9) $y_2 = \mathbf{2}.\text{Cos}((\sqrt{10}/\mathbf{10})t+\pi/2)$

(10) $Y = 2\text{Cos}((\sqrt{10}/\mathbf{10})t) + \mathbf{2}.\text{Cos}((\sqrt{10}/10)t+\pi/2)$



Gráfica 9. Péndulos con desfase $\pi/2$.

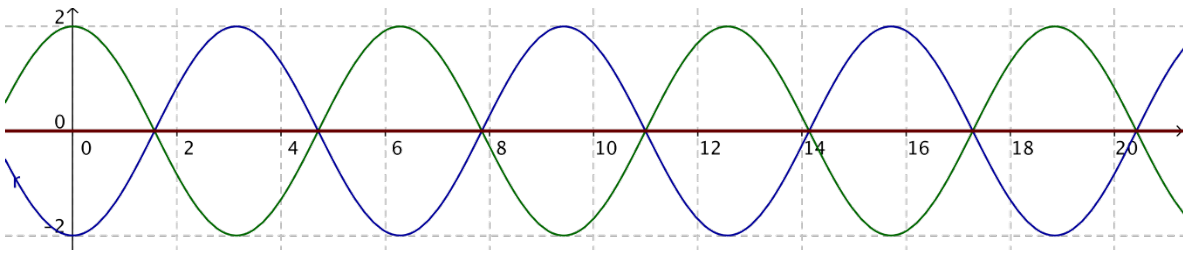
Cuando los péndulos iguales en largo y amplitud son liberados en tiempos diferentes se dice que no están en fase, para este caso tienen un desfase de ¼ de oscilación, quiere decir que cuando el primer péndulo lleva ¼ de su oscilación, el segundo inicia su movimiento. Se observa que la amplitud (***A***) resultante, es decir la máxima elongación del sistema es mayor que las otras pero no es el doble. ¿Por qué?.

Desfase π

(11) $y_1 = 2\text{Cos}((\sqrt{10}/\mathbf{10})t)$

(12) $y_2 = \mathbf{2}.\text{Cos}((\sqrt{10}/10)t+\pi)$

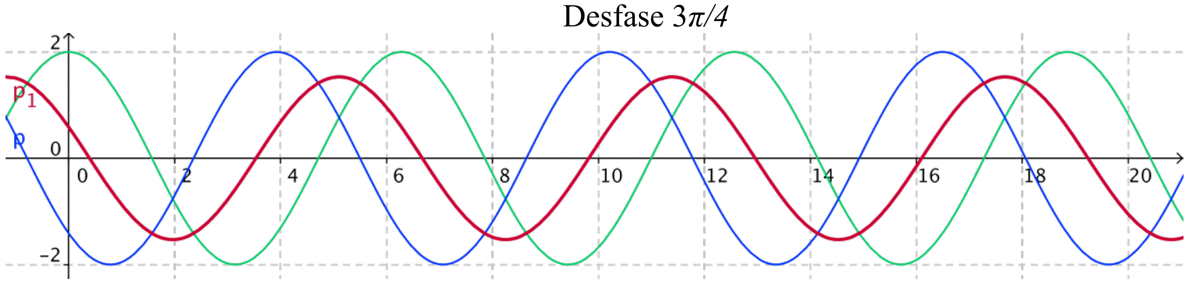
(13) $Y = 2\text{Cos}((\sqrt{10}/\mathbf{10})t) + \mathbf{2}.\text{Cos}((\sqrt{10}/10)t+\pi)$



Gráfica 10. Péndulos con desfase π

El desfase es media oscilación, quiere decir, cuando el péndulo 1 empieza a devolverse, el péndulo 2 inicia su movimiento haciendo que la resultante sea cero para el sistema, razón por la cual en la gráfica se observa una línea sobre el eje x. ¿Cómo describir el sistema después de liberar el segundo péndulo?

Desfase 3*π/4*



Gráfica 11.Péndulos con desfase 3*π/4.*

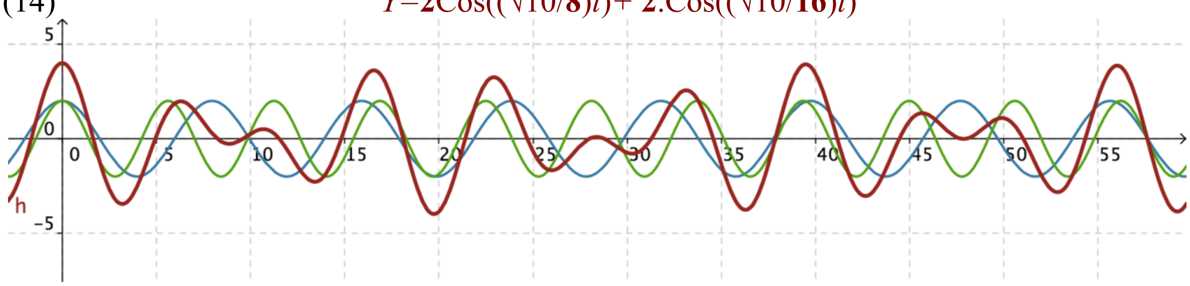
Ahora la amplitud del movimiento resultante es menor que el de las otras. Caben entonces para estas tres situaciones preguntas como; ¿en que casos teniendo dos péndulos de igual largo y amplitud la resultante es mayor o menor?, ¿ qué pasa con el periodo de la resultante?, ¿qué interpretaciones físicas pueden tener estos resultados?, entre otras que respondan a los intereses de profesores y estudiantes.

- *Péndulos con diferente largo e igual amplitud.*

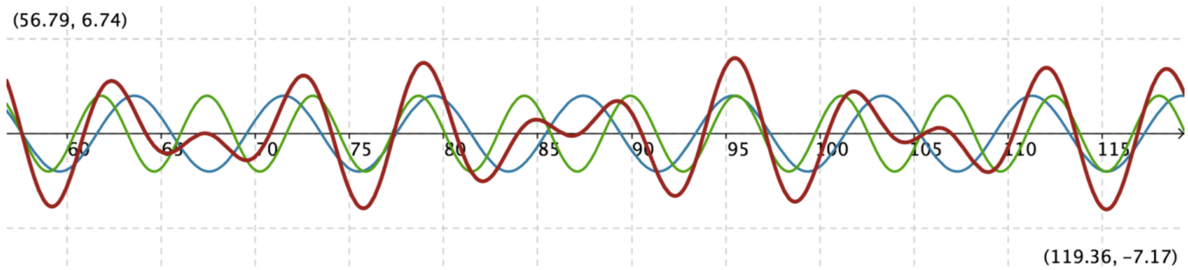
Dado que el largo tiene que ver con la frecuencia de cada péndulo se puede reflexionar sobre si al acoplar los péndulos las frecuencias se suman también.

$\boldsymbol{A}=2; \quad \boldsymbol{L_1}=8\ , \ \boldsymbol{L_2}=16$

(14) $Y=\mathbf{2}\text{Cos}((\sqrt{10}/\mathbf{8})t)+\mathbf{2}.\text{Cos}((\sqrt{10}/\mathbf{16})t)$



Gráfica 12. Péndulos con diferente largo e igual amplitud.



Gráfica 13. Continuación de la gráfica 12.

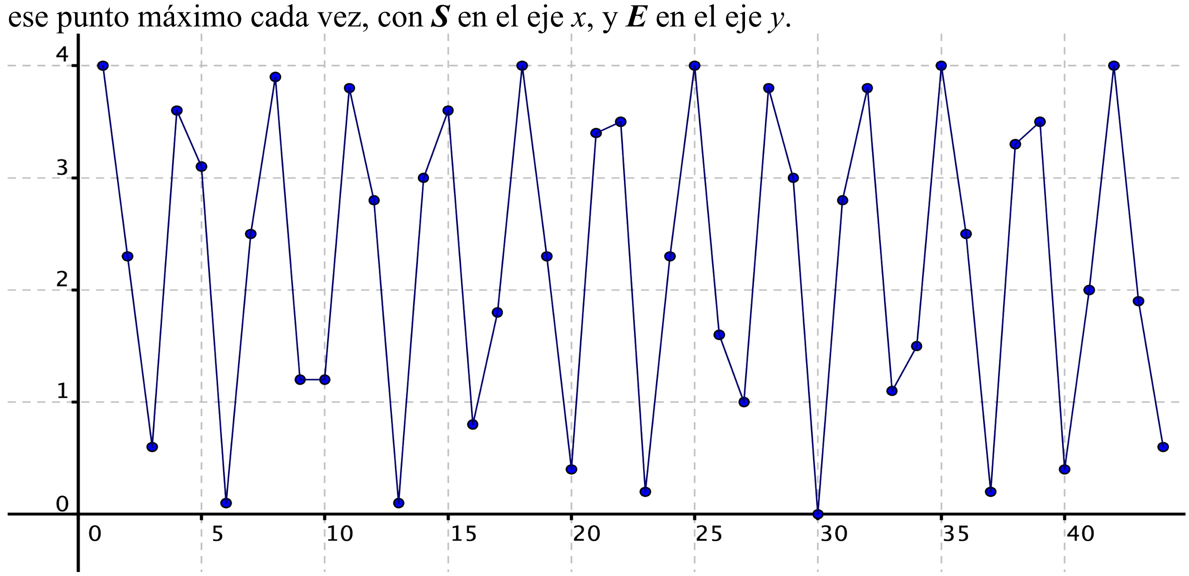
Las oscilaciones de cada péndulo por separado tienen siempre la misma amplitud con periodos de oscilación diferente, pero el movimiento resultante presenta un movimiento no exactamente repetitivo, al menos en la parte de datos de la gráfica, pues para iguales cantidades de tiempo el ciclo presente patrones de comportamiento diferentes, tanto en lo que se refiere a la elongación del movimiento como a los tiempos empleados para repetir el mismo patrón de comportamiento. Obteniendo datos de los primeros 44 puntos de máxima elongación de la grafica es posible notar que el patrón no se repite, como se observa en la Tabla 3.

S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
E	4	2	0.6	3.6	3.1	0.1	2.5	3.9	1.2	1.2	3.8	2.8	0.1	3	3.6	0.8	1.8	4	2.2	0.4	3.4

22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
3.5	0.2	2.3	4	1.6	1	3.8	3	0	2.8	3.8	1.1	1.5	4	2.5	0.2	3.3	3.5	0.4	2	4	1.9	0.6

Tabla 3. Elongación del péndulo en una secuencia de 44 oscilaciones.

Donde ***S*** representa el orden en que van apareciendo los puntos máximos, e ***E*** representa el valor de ese punto máximo cada vez, con ***S*** en el eje *x*, y ***E*** en el eje *y*.



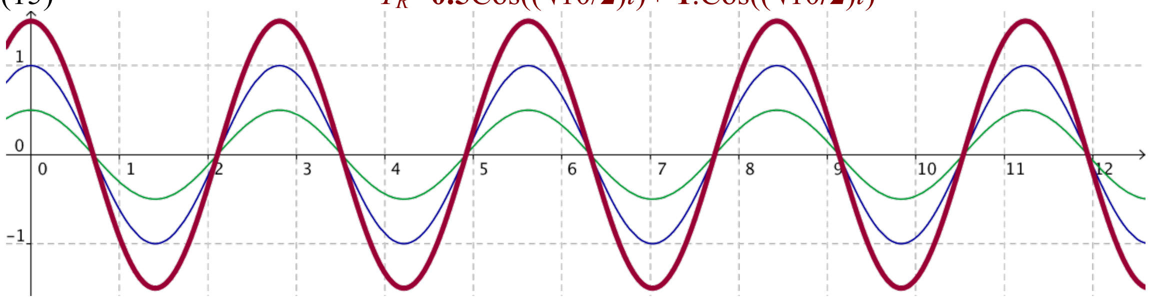
Gráfica 14. Secuencia de oscilaciones (S) en el eje *x*, Vs, elongaciones (E) en el eje *y*.

Se observa que aunque el valor máximo de 4 se repite, no es posible deducir un periodo (***T)*** para este movimiento. ¿Que fenómeno físico podría ser representado por este tipo de movimiento?

- *Péndulos con diferente amplitud e igual largo.*

L=2, e, A_1=0.5 , A_2=1

(15) $Y_R=\mathbf{0.5}\mathrm{Cos}((\sqrt{10/\mathbf{2}})t)+\mathbf{1}.\mathrm{Cos}((\sqrt{10/\mathbf{2}})t)$

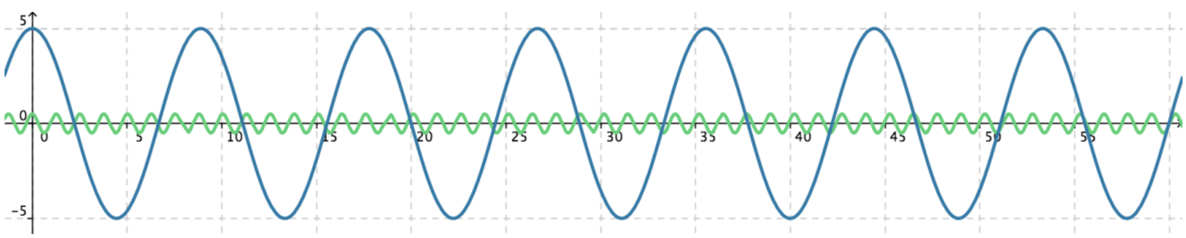


Gráfica 15. Péndulos con diferente amplitud e igual largo.

Se observa que las amplitudes son sumadas, pero las frecuencias no, resultando un interesante hecho para ser analizado con referencia al sistema físico.

- *Péndulos con diferente amplitud e diferente largo.*

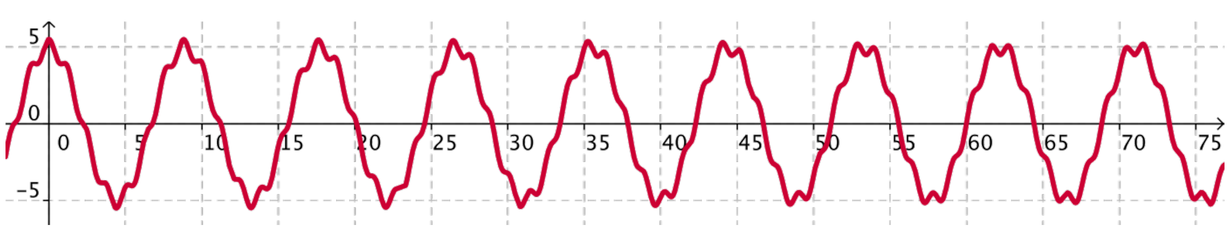
A_1=0.5, L_1=2; A_2=5, e, , L_2=20



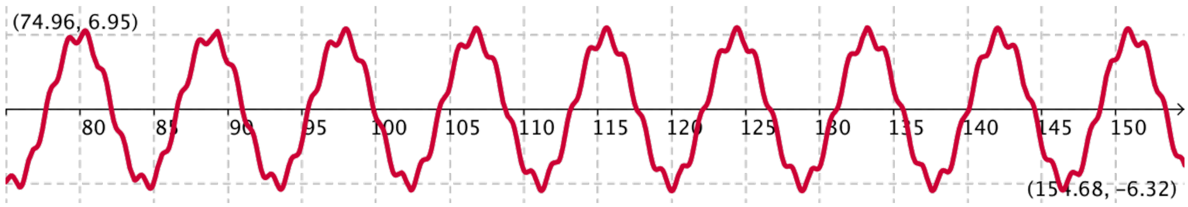
Gráfica 16. Diferente amplitud, diferente largo.

La gráfica muestra el comportamiento que tendría cada péndulo por separado, pero al hacer la suma se tiene;

$Y_R=\mathbf{0.5}.\mathrm{Cos}((\sqrt{10/\mathbf{2}})t)+\mathbf{5}.\mathrm{Cos}((\sqrt{10/\mathbf{20}})t)$



Gráfica 17. Resultante de la suma de los péndulos de la gráfica 16.



Gráfica 18. Continuación de la gráfica 17

El comportamiento del péndulo con mayor amplitud y largo domina la resultante, pero el impacto del péndulo con menor amplitud y largo parece producir una variación en el patrón con el cual se van alcanzando los puntos máximos. Se podría analizar cual sería el estado del sistema para algunos de los puntos máximos y mínimos de la gráfica.

Consideraciones finales.

- En cada uno de los ejercicios anteriores fueron citadas preguntas que pueden ser consideradas como preguntas de investigación, ya que no tienen una respuesta inmediata, sino que requieren de establecer procesos que permitan hacer reflexiones, caracterizar sistemas físicos, levantar hipótesis, sacar conclusiones, y otros aspectos que dependerán de las intensiones y capacidades de profundización tanto de estudiantes como de profesores.

- Si el comienzo del estudio del tema fue el levantamiento de hipótesis o predicciones sobre el modo como se aplica el conocimiento de la Física sobre fenómenos ondulatorios en algunas técnicas de la medicina o cualquier otro campo, entonces será posible intentar generalizar el comportamiento oscilatorio del péndulo para otros fenómenos oscilatorios, lo cual implica procesos de abstracción cada vez en mayor nivel.

- El uso del Geogebra presentado aquí permite trabajar con los estudiantes la importancia de diferenciar parámetros, variables y constantes al momento de estudiar un sistema físico, ya sea para levantar datos o simplemente para pensar sobre ellos, de igual modo ofrecer rapidez para desarrollar procesos de formulación de hipótesis y comparación de resultados, permitiendo alcanzar mayores niveles de abstracción en la comprensión de los fenómenos. También sería ganancia para el aprendizaje lograr la conciencia del estudiantes sobre la diferencia entre hacer representaciones ondulatorias geométricamente y representar gráficamente la relación entre variables por medio de gráficos ondulatorios.

Referencias bibliográficas

AZEVEDO. *Using hypermedia as a metacognitive tool for enhancing student learning?. The role of self-regulated learning*. Educational Psychologist, 40(4), 2005. pp 199-209.

BARBERÁ, O.; VALDÉS,P. *El trabajo práctico en la enseñanza de las ciências: una revisión*. Revista Enseñanza de las Ciências. 14 (3). España.1996.

CAMPANARIO, JM. *El desarrollo de la metacognición en el aprendizaje de las ciencias: Estrategias para el profesor y actividades orientadas al alumno*. Enseñanza de Las Ciências. 18 (3), 2000. Pp.369-380.

FLAVEL, J. *Monitoring social cognitive enterprises: something else that may develop in the area of social cognition*. In Flavel, J. & Ross L.(eds.) Social Cognitive Development. NYC: Cambridge University Press.1981.

FREITAS, MS; BORGES, FS; FILHO, JBD. Abordagem qualitativa da série de Fourier através da análise de sinais eletroencefalográficos. Universidade Federal de Uberlândia, 2008.

HOHENWARTER, M.; HOHENWARTER,J. *GeoGebra Manual oficial de la version 3.2*. 2009. Disponível em www.geogebra.org

LÉCUYER, A; LOTTE, F; REILLY, R; LEEB, B; HIROSE, M; SLATER, M. *Brain-Computer Interfaces, Virtual Reality, and Videogames*, IEEE Computer, V41, N. 10, pp. 66-72, 2008

LEVY, P. *Interface - Comunicação, Saúde, Educação*. Interface (Botucatu) V.3 N.4 Botucatu Feb. 1999

POZO, J.; GOMEZ, M. A aprendizagem e o ensino de Ciências. 5.ed. Artmed: Porto Alegre. 2009. pp.109

RESNICK, R.;HALLYDAY,D.; KRANE,K. Física. V1. Tercera Edición. Compañía Editorial Continental. México.1993. pp 362-365.

SEARS, S. Física Universitaria. Editorial Addison-Weesley.V.1. 1996, pp.495-498.

VALENTE, JA. Computadores e Conhecimento: Repensando a Educação. Diferentes usos do computador na Educação. Editora da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

ZARETSKY, E; BAR, V. *How to Develop Meta Cognition to Thinking Process in order to Improve Investigation Skill*. Systemics, Cybernetics and Informatics, 4(1), 2005.