



## LA TEORÍA DE LOS CONJUNTOS-T Y LA PRUEBA PISA

### THE THEORY OF *CONJUNTOS-T* AND THE PISA TEST

### A TEORIA DOS CONJUNTOS-T E A PROVA PISA

Ricardo J. De Armas\*, David Macías M.\*\*, Ricardo A. Bernal B.\*\*\*

Cómo citar este artículo: De Armas, R. J.; Macías M. y D., Bernal B., R. A. (2018). La teoría de los conjuntos-T y la prueba PISA. *Góndola, Enseñ Aprend Cienc*, 13(1), 133-140. doi: <http://doi.org/10.14483/23464712.11454>.

#### Resumen

En este artículo de reflexión documentada se presentan algunos elementos de una nueva teoría que estudia cómo los distintos agentes (maestros, investigadores, pedagogos, etc.) e instituciones que forman parte del sistema educativo, configuran ambientes para el desarrollo de las habilidades cognitivas de los sujetos. Se trata de la teoría de los conjuntos-T propuesta por los autores del artículo a mediados del año 2012, para desarrollar habilidades matemáticas en los estudiantes; teoría que puede generalizarse al desarrollo de habilidades en otras áreas de conocimiento. Se ilustra, además, por medio de un ejemplo, cómo puede ser usada para desarrollar habilidades contemporáneas básicas demandadas por las economías modernas en los sujetos y que son monitoreadas en varios países por programas como PISA de la OCDE.

**Palabras clave:** actividades de aprendizaje, conjuntos-T, habilidades cognitivas, prueba PISA, sistema educacional.

---

Recibido: 12 de enero de 2017; aprobado: 27 de octubre de 2017.

\* Docente investigador, Departamento de Matemáticas Universidad Central, Bogotá, Colombia. Correo electrónico: [rde\\_armasc@ucentral.edu.co](mailto:rde_armasc@ucentral.edu.co)

\*\* Docente investigador, Departamento de Matemáticas Universidad Central, Bogotá, Colombia Correo electrónico: [dmaciasm@ucentral.edu.co](mailto:dmaciasm@ucentral.edu.co)

\*\*\* Docente investigador, Departamento de Matemáticas Universidad Central, Bogotá, Colombia Correo electrónico: [rbernalbu@gmail.com](mailto:rbernalbu@gmail.com)

## Abstract

In this article of documented reflection, some elements of a new theory are showed that study how the different agents (teachers, researchers, pedagogues, ...) and institutions that are part of the educational system, configure environments for the development of the cognitive abilities of subjects. It is the theory of *Conjuntos-T* proposed by the authors of the article in mid-2012 to develop students' mathematical skills; the theory that can be generalized to the development of skills in other areas of knowledge. It also illustrates, by way of example, how it can be used to develop basic contemporary skills demanded by modern economies in subjects and that is monitored in several countries by programs such as the PISA from OECD.

**Keywords:** learning activities, conjuntos-T, cognitive skills, PISA test, educational system.

## Resumo

Este artigo de reflexão documentada apresenta alguns elementos de uma nova teoria que estuda como os diferentes agentes (professores, pesquisadores, pedagogos, etc.) e instituições que fazem parte do sistema educacional, propiciam ambientes para o desenvolvimento das habilidades cognitivas dos sujeitos. Trata-se da teoria dos conjuntos-T proposta pelos autores deste artigo a meados de 2012, a fim de desenvolver habilidades matemáticas nos estudantes; teoria que pode ser generalizada ao desenvolvimento de habilidades em outras áreas do conhecimento. Ilustra-se, além disso, por meio de um exemplo, como pode ser utilizada para desenvolver habilidades contemporâneas básicas exigidas pelas economias modernas nos sujeitos e que são monitoradas em vários países por programas como o PISA da OCDE.

**Palavras chaves:** atividades de aprendizagem, conjuntos-T, habilidades cognitivas, prova PISA, sistema educacional.



Atribucion, no comercial, sin derivados

## Introducción

El mundo está cambiando muy rápido, las sociedades contemporáneas demandan de ciudadanos que dispongan de ciertas habilidades cognitivas en ciencias, matemáticas y comprensión lectora que les permitan entrar, sin desventajas, al mercado laboral. En este escenario, se hace necesario responder preguntas sobre el sistema educativo colombiano, como: ¿Los espacios y escenarios académicos del sistema educativo desarrollan el pensamiento científico en los estudiantes?; es decir, ¿pueden los estudiantes al salir del sistema educativo: explicar fenómenos, interpretar datos y diseñar experimentos?, y ¿los estudiantes al salir del sistema educativo cuentan con las habilidades básicas con las cuales puedan reproducir sus conocimientos, extrapolarlos y aplicarlos en situaciones poco familiares, dentro y fuera de la escuela?; entre otras.

Una prueba internacional que mide las habilidades contemporáneas es PISA. En el último informe (OCDE, 2016), Colombia mostró una leve mejoría en ciencias, comprensión lectora y matemáticas con respecto a los resultados anteriores, pero sigue estando muy por debajo del promedio. Se podría pensar que algunas políticas del Gobierno en esta materia estarían incidiendo en los mismos sin hablar todavía de una tendencia. En este trabajo se presenta una nueva teoría: *conjuntos-T*, que podría incidir de manera positiva en los resultados de la prueba PISA si los distintos agentes (maestros, investigadores, pedagogos, etc.) del sistema educativo la implementan de manera adecuada.

El artículo se organizó de la siguiente manera: en la sección 1, se revisan las habilidades básicas que demandan las economías modernas en los sujetos; en la sección 2, se analiza el fracaso del sistema educativo colombiano en la prueba PISA; en la sección 3, se estudian los *conjuntos-T*; en la sección 4, se ilustra cómo usar la teoría, y en la última sección, se plantean las conclusiones.

## Habilidades contemporáneas para las economías modernas

El sistema educativo tiene entre sus múltiples finalidades integrar a las personas en la sociedad en cuatro grandes ámbitos:

- El del saber.
- El del saber hacer.
- El del saber convivir.
- El del saber ser y estar.

El primero corresponde a la adquisición de la información y del conocimiento; el segundo, al desarrollo de las habilidades y destrezas; el tercero, al buen funcionamiento con los otros, y el último, a las actitudes y los valores (AZNAR, 2010).

La teoría de los conjuntos-T se sitúa en el ámbito del saber hacer, es decir, en lo concerniente al desarrollo de habilidades y destrezas de los individuos por parte de los agentes del sistema educativo (maestros, investigadores, pedagogos, etc.) y de las instituciones. Por eso, se interesa en responder preguntas como las siguientes: ¿Cuáles son las habilidades contemporáneas que debe desarrollar el sistema educativo?; ¿qué sucede cuando un individuo adolece de las habilidades básicas contemporáneas?, y ¿el sistema educativo colombiano desarrolla las habilidades que requieren las economías modernas?, entre otras.

Desde una perspectiva del bienestar, las economías modernas recompensan a los individuos no por lo que saben sino por lo que hacen con lo que saben. Cuando las personas provienen de una familia de bajos recursos económicos, y la única oportunidad en la vida es la educación, al no recibir las habilidades básicas, no tendrán salvación laboral siendo abandonados y condenados a la marginalización; entrarían al mercado laboral sin las herramientas que se requieren. Es por esto que desarrollar el pensamiento científico se ha vuelto esencial hoy en día aún si el sujeto no elige una carrera relacionada con las ciencias, la matemática y la comprensión lectora (OCDE, 2010).

## El fracaso del sistema educativo colombiano

La prueba del Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos (PISA, por su sigla en inglés), lanzada en 1977, es una prueba que aplica cada tres años la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), en aproximadamente 70 países a muestras de más de 500.000 estudiantes de 15 años (límite de la educación obligatoria). Esta prueba mide entre otras habilidades contemporáneas si un estudiante puede:

- Reproducir su conocimiento aplicándolo en situaciones problemáticas poco familiares, dentro y fuera de la escuela.
- Explicar fenómenos científicos.
- Interpretar datos.
- Diseñar experimentos.

Las tablas de la 1 a la 3 contienen los resultados de la prueba PISA de 2009, 2012 y 2015, respectivamente. En cada una de ellas se ilustran: los tres primeros puestos, el último puesto y las posiciones de Colombia.

**Tabla 1.** Resultados prueba PISA 2009.

| Competencia en ciencia |                 | Comprensión lectora |                 | Competencia en matemáticas |                 |
|------------------------|-----------------|---------------------|-----------------|----------------------------|-----------------|
| 1                      | Shanghái        | 1                   | Shanghái        | 1                          | Shanghái        |
| 2                      | Finlandia       | 2                   | Corea           | 2                          | Finlandia       |
| 3                      | Corea           | 3                   | Finlandia       | 3                          | Corea           |
| <b>56</b>              | <b>Colombia</b> | <b>52</b>           | <b>Colombia</b> | <b>59</b>                  | <b>Colombia</b> |
| 65                     | Kirguistán      | 65                  | Kirguistán      | 65                         | Kirguistán      |

Fuente: ICFES, 2010.

**Tabla 2.** Resultados prueba PISA 2012.

| Competencia en ciencia |                 | Comprensión lectora |                 | Competencia en matemáticas |                 |
|------------------------|-----------------|---------------------|-----------------|----------------------------|-----------------|
| 1                      | Shanghái        | 1                   | Shanghái        | 1                          | Shanghái        |
| 2                      | Hong Kong       | 2                   | Hong Kong       | 2                          | Hong Kong       |
| 3                      | Singapur        | 3                   | Singapur        | 3                          | Singapur        |
| <b>57</b>              | <b>Colombia</b> | <b>54</b>           | <b>Colombia</b> | <b>59</b>                  | <b>Colombia</b> |
| 62                     | Perú            | 62                  | Perú            | 62                         | Perú            |

Fuente: ICFES, 2013.

**Tabla 3.** Resultados prueba PISA 2015.

| Competencia en ciencia |                 | Comprensión lectora |                 | Competencia en matemáticas |                 |
|------------------------|-----------------|---------------------|-----------------|----------------------------|-----------------|
| 1                      | Singapur        | 1                   | Singapur        | 1                          | Singapur        |
| 2                      | Japón           | 2                   | Hong Kong       | 2                          | Hong Kong       |
| 3                      | Estonia         | 2                   | Canadá          | 3                          | Macao           |
| <b>57</b>              | <b>Colombia</b> | <b>54</b>           | <b>Colombia</b> | <b>61</b>                  | <b>Colombia</b> |
| 70                     | Rep. Dominicana | 70                  | Kosovo Líbano   | 70                         | Rep. Dominicana |

Fuente: OCDE, 2016.

Estos datos muestran el fracaso del sistema educativo colombiano con el desarrollo de las habilidades requeridas por las economías modernas. Algunas causas dadas por expertos en la materia se listan a continuación:

- Para el chileno BRUNER (2013), los niños de hogares de menores ingresos están recibiendo una educación deficitaria (políticas estatales inadecuadas); lo más grave es que estas habilidades están siendo mal formadas durante la etapa escolar. La comprensión lectora, el manejo numérico y el razonamiento, que es lo que el colegio debería estar formando en el plano de lo cognitivo, son muy débiles.
- Se hace demasiado énfasis en lo memorístico y en un uso exagerado de fórmulas sin contexto; los métodos pedagógicos son inapropiados y las asignaturas son dictadas de forma independiente (LINARES, 2013).
- Para DE ZUBIRÍA (2014), el sistema educativo colombiano está diseñado para transmitir múltiples informaciones desarticuladas, los jóvenes adquieren muy pocos conceptos de las ciencias sociales, ciencias naturales y de la matemática. "Es por ello que cuando son evaluados en lectura, en conceptos científicos y en resolución de problemas, América Latina se ubica en la cola del mundo y Colombia, sigue peleándose el último lugar".

## Los conjuntos-T

Para desarrollar habilidades en los sujetos (en cualquier sistema educativo y modelo

económico) se definen los *conjuntos-T* como se indica a continuación.

### *Conjuntos-T*

Son los conjuntos formados por un mínimo número de tareas cuyas ejecuciones reiterativas permiten el desarrollo de una o varias competencias; entendiéndose como tarea el estímulo que activa configuraciones mentales u operaciones intelectuales para obtener un producto cuya validez está determinada por un especialista. (DE ARMAS, MACÍAS, BERNAL; p. 134).

Respecto al número de tareas (o actividades de aprendizaje) que conforman el conjunto-T se tiene que:

Habrán tareas que son necesarias para poder desarrollar una competencia pero no serán suficientes; *el mínimo número* de tareas en la definición hace referencia a las tareas que son necesarias y suficientes según el especialista en el sistema educativo (maestros, investigadores, pedagogos, etc.); este es quien establece la cantidad o cardinal del *conjunto-T*. La ejecución de tareas adicionales implica grados de especialización en el sujeto. Una tarea pertenece al conjunto si tiene relación con las habilidades de la competencia objeto de desarrollo. Todos los *conjuntos-T* contienen entre sus elementos uno especial denominado “la tarea de extrapolación”, en donde se aplican los conocimientos aprendidos en situaciones poco familiares dentro y fuera de la escuela. Se debe tener en cuenta que la ejecución de una tarea puede requerir de varias habilidades cognitivas (reconocer, calcular, explicar, clasificar, seleccionar, proponer, etc.) (DE ARMAS, MACÍAS, BERNAL; p. 134).

Respecto a los productos de las tareas se tiene que:

El objetivo de las tareas es la obtención de productos que sirven como indicadores de logros; evidencia física que da cuenta del estado

de desarrollo de las habilidades cognitivas del sujeto. Los productos de una tarea están en función del tipo de competencia. Algunos ejemplos de productos pueden ser: una proposición, un listado, un párrafo, un texto, una tabla de datos, un código, una interfase, un artículo, un prototipo y una maqueta entre otros.

Respecto a las trayectorias de los conjuntos-T se tiene que:

Las trayectorias o rutas, como también se les denomina, son los posibles ordenamientos lógicos en los que se pueden ejecutar las tareas de los *conjuntos-T*. Por ejemplo, “la tarea de extrapolación” no puede ser la primera en ser ejecutada; requiere de tareas previas para poder desarrollarse. Las trayectorias deben estar bien definidas y desglosadas en diferentes pasos ordenados por un especialista (maestros, investigadores, pedagogos, etc.) del sistema educativo. Una misma trayectoria puede ser aplicada a diferentes *conjuntos-T*. Más de una trayectoria pueden ser asignadas a un *conjunto-T*.

Respecto al acompañamiento armónico se tiene que:

El acompañamiento armónico es la intervención oportuna de los especialistas en la ejecución de la tarea que favorece el desarrollo de la misma. Esta se da en función del tipo de tarea, por ejemplo, la intervención en la ejecución “la tarea de extrapolación” no puede ser igual a la intervención en la ejecución de otra tarea del conjunto.

Respecto a la construcción de un *conjunto-T* se tiene que:

- Primero, se elabora el listado de habilidades que se pretenden desarrollar.
- Segundo, se determina el número de tareas que permiten, a juicio del especialista del

sistema educativo, desarrollar las habilidades identificadas.

- Tercero, se especifican los productos para cada tarea.
- Cuarto, se indica la trayectoria que seguirán las tareas del conjunto.
- Quinto, se analiza si existe “la tarea de extrapolación” y si cumple con su propósito, es decir, si el sujeto puede demostrar qué es lo que hace con lo que sabe.
- Sexto, se establece un plan de intervenciones del especialista del sistema educativo para cada tarea.

### ¿Cómo usar los conjuntos-T?

En esta sección se explica cómo usar los *conjuntos-T* para desarrollar las habilidades de los estudiantes. Se escoge una de las competencias evaluadas por PISA, como la competencia de modelado matemático; la cual favorece el pensamiento científico y permite relacionar las matemáticas con las demás disciplinas. El modelado matemático se puede definir como un conjunto de habilidades básicas contemporáneas que ayudan a resolver situaciones problemáticas dentro o fuera de la escuela.

- Primero, el listado de habilidades.

Habilidad para explicar brevemente y sin ambigüedades de qué se trata la situación problemática que se debe resolver.

Habilidad para describir el entorno físico de la situación problemática.

Habilidad para establecer objetivos que permiten resolver la situación problemática.

Habilidad para manejar los conocimientos científicos que se relacionan con la situación problemática.

Habilidad para establecer las variables de interés, los parámetros constantes y un conjunto de suposiciones razonables (las hipótesis) sobre las variables, de acuerdo con la teoría que gobierna la situación problemática y la representación matemática de todas las suposiciones.

Habilidad para analizar tablas de datos (reconocimiento de patrones, interpretación numérica, gráfica y sugerir representaciones algebraicas).  
Habilidad de usar las matemáticas o las estadísticas para construir los modelos matemáticos.  
Habilidad para programar las soluciones matemáticas.

Habilidad para interpretar los resultados.

Habilidad para validar los modelos matemáticos.

Habilidad para limitar el modelo matemático.

- Segundo, el número de tareas (actividades de aprendizaje) que contiene el conjunto-T.

Todas las habilidades listadas anteriormente, quedan incluidas en ocho tareas o actividades de aprendizaje. Es decir,

$$\{T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7, T8\} \quad (1)$$

- Tercero, la trayectoria que siguen las tareas.

Las tareas siguen (con algunos ajustes) la trayectoria propuesta por BRITO-VALLINA *et al.* (2011) y el orden de ejecución es:

T1: Definición de la situación problemática.

T2: Teorías científicas que gobiernan la situación problemática.

T3: Formulación del modelo matemático (tarea de extrapolación).

T4: Solución matemática del modelo.

T5: Representación computacional de la solución.

T6: Interpretación de los resultados.

T7: Validación del modelo.

T8: Limitaciones del modelo.

- Cuarto, los productos de las tareas.

T1.

Párrafo que explique de qué se trata la situación problemática.

Párrafo con las condiciones iniciales de la situación problemática.

Listado con los objetivos propuestos para resolver la situación problemática.

T2.

Listado con los conocimientos científicos que ayudan a formular el modelo matemático.

Tabla con datos experimentales.

T3.

Texto que contiene la formulación del modelo matemático.  
Texto con el reconocimiento de patrones de la tabla de datos y la interpretación numérica, gráfica.

T4.

Texto con la solución analítica (existe un algoritmo) o con la solución aproximada (numérica).

T5.

Código de la solución.

Interfase para ejecutar las simulaciones (experimentación).  
Animación

T6.

Tabla con datos.

Texto con la descripción matemática del comportamiento de las variables de interés de acuerdo con la tabla de datos.

T7.

Tabla de datos.

Texto que contiene la gráfica que contrasta los datos reales contra los datos de la interfaz. Explica si los resultados son inaceptables y no hay errores matemáticos indicando si es necesaria una redefinición del modelo matemático, ya sea aumentando su nivel de resolución (es decir, incluyendo variables que no eran de interés) o reiniciando el ciclo.

T8.

Texto con las limitaciones del modelo matemático.

- Quinto, la tarea de extrapolación en este caso es la número tres, es decir, la denominada formulación del modelo matemático.

- Sexto, el acompañamiento armónico o intervenciones del especialista.

T1: Revisión y retroalimentación de la redacción del texto (claridad y coherencia).

T2: Sugerencias para la búsqueda bibliográfica y el reconocimiento de patrones en el conjunto de datos.

T3: (Tarea de extrapolación).

Sugerencias para organizar las proposiciones que conducen a la matematización de la información científica.

T4: Revisión y retroalimentación de la redacción del texto (claridad y coherencia).

T5: Revisión y retroalimentación de la sintaxis e instrucciones del programa computacional escogido.

T6: Formulación de preguntas para direccionar el proceso.

Este ejemplo se puede estudiar con más detalles en DE ARMAS, MACÍAS, BERNAL (2016).

## Conclusiones

- En este trabajo se presentan elementos fundamentales de la teoría de los *conjuntos-T*.
- Se muestra la forma como los distintos agentes (docentes, investigadores, pedagogos, etc.) e instituciones del sistema educativo pueden desarrollar las habilidades básicas que demandan las economías modernas de los sujetos; lo que podría reflejarse de manera positiva en los resultados de la prueba PISA.
- Con este trabajo se invita a todos los agentes que forman parte del sistema educativo a apropiarse de la teoría y materializarla en sus respectivos espacios y escenarios académicos; aportando las críticas que permitan con el debate la consolidación de dicha teoría.

## Referencias bibliográficas

AZNAR, P. *et al.* (2010). **La educación en el pensamiento y en la acción. Teoría y praxis**. Valencia, España, 2010, Tirant lo Blanch (Ed.). pp. 21-22.

- BEST, J. **Psicología cognitiva**. International Thomson Editores. Madrid, España. 2001.
- BRUNER, J. El fracaso de la educación pública en América Latina. **El Espectador**, Bogotá, 15 de mayo de 2013.
- COLOMBIA. Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES). Colombia en pisa 2009. Informe Nacional de resultados, resumen ejecutivo. Servicio de publicaciones del ICFES. Bogotá, 2010
- COLOMBIA. Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES). Colombia en pisa 2012. Informe Nacional de resultados, resumen ejecutivo. Servicio de publicaciones del ICFES. Bogotá, 2013.
- DE ARMAS, R. *et al.* (2016). La teoría de los conjuntos-t aplicada al desarrollo de la competencia de modelado matemático. **Revista Científica**, Bogotá, v. 1, n. 24., p. 133-144. <https://doi.org/10.14483/10.14483/udistrital.jour.RC.2016.24.a14>
- DE ZUBIRÍA, J. ¿Por qué los malos resultados en las pruebas PISA? **Revista Semana**, Bogotá, 13 de abril de 2014.
- FRANCIA. Organización para la cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). The PISA 2003 assessment framework. Mathematics, Reading, science and problem solving knowledge and skills. París, 2003.
- FRANCIA. Organización para la cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). PISA 2009 – Science Competencies for Tomorrow’s World. París, 2010.
- FRANCIA. Organización para la cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). PISA 2015 – Resultados Clave. París, 2016.
- LINARES, A. “Por qué somos tan malos en matemáticas”. Énfasis en lo memorístico y uso de fórmulas sin contextos influyen en el desempeño de los estudiantes. **El Tiempo**, Bogotá, 28 de septiembre de 2013.
- PEARCE, J. **Aprendizaje y cognición**. Editorial Ariel, S.A., Barcelona, España. 1998.
- RICO, L. La competencia matemática en PISA. In: FUNDACIÓN SANTILLANA (ed.). **La enseñanza de las matemáticas y el informe PISA**. Madrid, España. 2005, pp. 21-40.